บทที่ 9

การวิเคราะห์ความแปรปรวน

The Analysis of Variance ; ANOVA

กานต์ ศุภจิตกุล ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

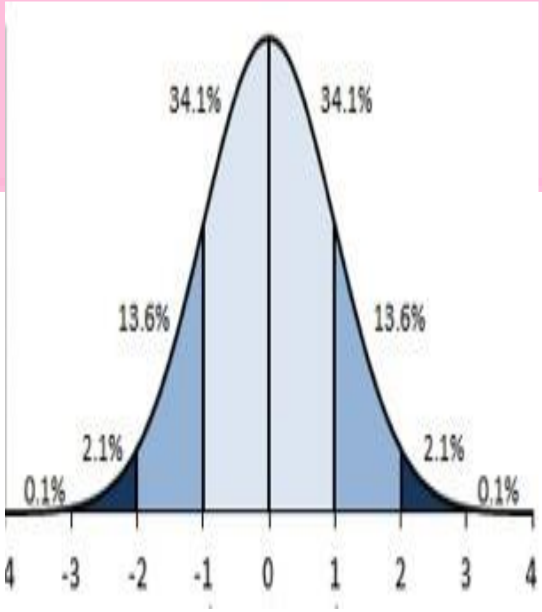
ANOVA

01 One-Way ANOVA

02 Randomized-Block ANOVA

03 Two-Way ANOVA

ASSUMPTION



- Normal distribution: ข้อมูลต้องมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ
- Variances of dependent variable are equal in all populations : ข้อมูลต้องมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากัน
- Random samples; independent scores : ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ต้องเป็นอิสระจากกัน

อยากรู้ว่าอะไรมีผลต่อความแข็งของปูน

ทรายมีผลต่อความแข็งของปูนหรือไม่

ONE-WAY ANOVA

ปัจจัย

ปริมาณทราย

ปริมาณหิน

ปริมาณน้ำ

ปริมาณทราย	ความแข็ง			
ทราย 10%	8	7	10	15
ทราย 20%	6	9	12	10
ทราย 30%	11	7	9	11
ทราย 40%	7	8	10	12

ระดับของปัจจัย

Treatment

ค่าสังเกต Observation

อยากรู้ว่าอะไรมีผลต่อความแข็งของปูน

BLOCK ANOVA

ปริมาณทราย

ปริมาณหิน

ปริมาณน้ำ

2 ปัจจัย

ระดับของปัจจัย

Treatment

ระดับของปัจจัย

Treatment

ปริมาณทราย \ ปริมาณหิน	10%	15%	20%	25%
ทราย 10%	8	7	10	15
ทราย 20%	6	9	12	10
ทราย 30%	11	7	9	11
ทราย 40%	7	8	10	12

ค่าสังเกต Observation

ทรายมีผลต่อความแข็งของปูนหรือไม่

อยากรู้ว่าอะไรมีผลต่อความแข็งของปูน

TWO-WAY ANOVA

2 ปัจจัย

ปริมาณทราย

ปริมาณหิน

ปริมาณน้ำ

ระดับของปัจจัย

Treatment

ปริมาณทราย \ ปริมาณหิน	10%	15%	20%	25%
ทราย 10%	8	7	10	15
ทราย 20%	6	9	12	10
ทราย 30%	11	7	9	11
ทราย 40%	7	8	10	12

ระดับของปัจจัย

Treatment

ค่าสังเกต Observation

ทรายและหินมีผลต่อความแข็งของปูนหรือไม่

ANOVA: Analysis of Variance

$H_0 : u_1 = u_2 = ... = u_k$ ไม่มีผล

$H_1 : u_i \neq u_j$ มีผล

$F_{\text{คำนวณ}} > F_{\text{ตาราง}}$ หรือ $F_{\alpha, v1, v2}$

ปัจจัยที่ทดสอบมีผล

ตัวอย่างการพิจารณาว่าเป็น ANOVA ชนิดใด

1 ปัจจัย

ตารางที่ 9-3 แสดงค่าความแข็งของเหล็กที่อุณหภูมิต่างๆ

อุณหภูมิ	observations				
850	29	26	27	29	29
900	38	38	27	43	62
950	62	58	58	62	62
1000	43	27	30	33	30
1050	29	26	26	26	62

ONE WAY

1 ปัจจัย
ชนิดของอาหาร

ตารางที่ 9-13 แสดงน้ำหนักของคนไข้ (ตัวอย่างที่ 9-5)

อาหารชนิดที่ 1	อาหารชนิดที่ 2	อาหารชนิดที่ 3	อาหารชนิดที่ 4
0.2	1.4	1.9	0.5
0.5	1.2	2.0	1.5
0.3	1.3	1.5	1.2
	0.9	1.7	0.6
	1.0		0.8

ONE WAY

2 ปัจจัย

ตารางที่ 9-48 แสดงคะแนนเจตคติที่มีต่อการคุมกำเนิด (ตัวอย่างที่ 9-19)

ระดับการศึกษา	กลุ่มแม่บ้าน					
	ทหาร		ตำรวจ		นักการเมือง	
มัธยมศึกษา	1	5	2	3	5	5
	3	5	4	5	3	10
อนุปริญญา	2	4	1	6	5	10
	7	10	5	7	5	5
ปริญญาตรีขึ้นไป	5	5	3	9	3	10
	10	8	10	10	15	10

TWO WAY

สารเคมี	ผ้าตัวอย่าง			
	A	B	C	D
1	1.5	2.0	1.8	3.5
2	1.6	2.4	1.7	4.0
3	0.5	0.4	0.6	2.0
4	1.2	2.0	1.5	4.1

2 ปัจจัย

ให้ทดสอบว่าสารเคมีที่แตกต่างกันมีผลต่อค่าความแข็งเฉลี่ยของผ้าหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ α = 0.05

BLOCK

ตารางที่ 9-30 แสดงผลผลิตต่อไร่มันสำปะหลัง (ตัวอย่างที่ 9-12)

ภูมิภาค	พันธุ์มันสำปะหลัง				
	A	B	C	D	E
ภาคเหนือ	10	20	20	19	18
ภาคกลาง	19	17	16	22	17
ภาคใต้	12	18	18	14	11

จะสรุปได้หรือไม่ว่าพันธุ์มันสำปะหลังทั้ง 4 ชนิดให้ผลผลิตต่อไร่ไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2 ปัจจัย
BLOCK

ตารางที่ 9-45 แสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคอมพิวเตอร์ (ตัวอย่างที่ 9-18)

บทเรียนคอมพิวเตอร์	ความสามารถทางการเรียน					
	เก่ง		ปานกลาง		อ่อน	
ปกติ	2	3	1	3	8	10
	3	4	5	4	10	12
มัลติมีเดีย	5	2	3	5	8	5
	3	4	7	2	10	5

2 ปัจจัย
TWO WAY

2 ปัจจัย

ตารางที่ 9-28 แสดงคะแนนสอบวิชาสถิติ (ตัวอย่างที่ 9-11)

นิสิต	ข้อสอบชุดที่		
	1	2	3
1	66	76	55
2	84	71	79
3	70	85	65
4	78	79	66

จงทดสอบว่าข้อสอบแต่ละชุดมีความยากง่ายแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

BLOCK

ONE WAY ANOVA

treatment	observations				total
1	y_{11}	y_{12}	.....	y_{1n}	$\boxed{y_{1.}}$
2	y_{21}	y_{22}	.....	y_{2n}	$\boxed{y_{2.}}$
:					
k	y_{k1}	y_{k2}	.....	y_{kn}	$\boxed{y_{k.}}$
					$\boxed{y_{..}}$

y_{ij} = ค่าสังเกตจาก treatment ที่ i observation ที่ j

สมมติฐาน $H_0 : u_1 = u_2 = u_3 = \ldots = u_n$ ปัจจัยที่ทดสอบไม่มีผล

$H_1 : u_1 \neq u_2$ อย่างน้อย 1 คู่ ปัจจัยที่ทดสอบมีผล

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST) จะเกิดมาจาก 2 แหล่ง คือ

$$SST = SS_{treat} + SS_E$$

$$SS_T = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y^2_{..}}{N}$$

$$SS_{treat} = \sum_{i=1}^{k} \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \frac{y^2_{..}}{N}$$

$$SS_E = SS_T - SS_{treat}$$

ตาราง ANOVA

source	ss	df	ms	F_C
Treatments	SS_{treat}	k-1	$\frac{SS_{treat}}{k-1}$	$\frac{MS_{treat}}{MS_E}$
Error	SS_E	n-k	$\frac{SS_E}{N-k}$	
Total	SS_T	n-1		

$> F_{\alpha,k-1,N-k}$

Reject H0 ดังนั้น ปัจจัยนี้มีผล

ตัวอย่างที่ 9.1 ต้องการทดสอบว่า %cotton มีผลต่อแรงดึงในเส้นใยหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

1 ปัจจัย $K = 5$ $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = n_5 = 5$ $N = 25$

%cotton	observations					total
10%	10	7	12	10	10	
20%	15	15	12	16	20	
30%	20	18	18	20	20	
40%	16	12	13	14	13	
50%	10	5	7	7	10	

%cotton	observations					total
10%	10	7	12	10	10	$y_{1.} = 49$
20%	15	15	12	16	20	$y_{2.} = 78$
30%	20	18	18	20	20	$y_{3.} = 96$
40%	16	12	13	14	13	$y_{4.} = 68$
50%	10	5	7	7	10	$y_{5.} = 39$

$y_{..} = 330$

%cotton	observations					total
10%	10	7	12	10	10	$y_{1.} = 49$
20%	15	15	12	16	20	$y_{2.} = 78$
30%	20	18	18	20	20	$y_{3.} = 96$
40%	16	12	13	14	13	$y_{4.} = 68$
50%	10	5	7	7	10	$y_{5.} = 39$

$y_{..} = 330$

$K = 5$

$n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = n_5 = 5$

$N = 25$

$$SS_T = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} = \underbrace{[10^2+7^2+12^2+ \ldots +7^2+10^2]}_{4848} - \frac{\overbrace{330^2}^{4356}}{25} = 492.0$$

$$SS_{treat} = \sum_{i=1}^{k} \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \frac{y_{..}^2}{N} = \frac{\overbrace{49^2 + 78^2 + 96^2 + 68^2 + 39^2}^{4769.2}}{5} - \frac{\overbrace{330^2}^{4356}}{25} = 413.2$$

$$SS_E = SS_T - SS_{treat} = 492.0 - 413.2 = 78.8$$

SS_T = 492.0 SS_{treat} = 413.2 SS_E = 78.8

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_c
%cotton	413.2	K-1 = 4	103.3	26.218
Error				
Total				

$F_{0.01, 4, 20}$ = 4.43

v_2	v_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46

SS_T = 492.0 SS_{treat} = 413.2 SS_E = 78.8

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_c
%cotton	413.2	k-1 = 4	103.3	26.218
Error	78.8	n-k = 20	3.94	
Total	492.0	n-1 = 24		

> $F_{0.01,4,20}$ = 4.43

$F_C = 26.22 > F_{0.01,4,20} = 4.43$ ดังนั้น Reject H0

สรุปได้ว่า %cotton ***มีผลกระทบ*** ต่อแรงดึงในเส้นใยที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

Randomized Complete Block ANOVA

	Block				
treatment	1	2		b	total
1	y_{11}	y_{12}	.....	y_{1b}	$y_{1.}$
2	y_{21}	y_{22}	.....	y_{2b}	$y_{2.}$
:	:	:			:
k	y_{k1}	y_{k2}	.....	y_{kb}	$y_{k.}$
	$y_{.1}$	$y_{.2}$	.....	$y_{.b}$	$y_{..}$

สมมติฐาน $H_0 : u_1 = u_2 = u_3 = ... = u_n$

$H_1 : u_1 \neq u_2$ อย่างน้อย 1 คู่

สมมติฐาน $H_0 : u_1 = u_2 = u_3 = \ldots = u_n$

$H_1 : u_1 \neq u_2$ อย่างน้อย 1 คู่

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST) จะเกิดมาจาก 2 แหล่ง คือ

$$SST = SS_{treat} + SS_{block} + SS_E$$

สมมติฐาน $H_0 : u_1 = u_2 = u_3 = \ldots = u_n$

$H_1 : u_1 \neq u_2$ อย่างน้อย 1 คู่

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST) จะเกิดมาจาก 2 แหล่ง คือ

$$SST = SS_{treat} + SS_{block} + SS_E$$

โดย

$$SS_T = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y^2_{..}}{N}$$

สมมติฐาน $H_0 : u_1 = u_2 = u_3 = \ldots = u_n$

$H_1 : u_1 \neq u_2$ อย่างน้อย 1 คู่

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST) จะเกิดมาจาก 2 แหล่ง คือ

$$SST = SS_{treat} + SS_{block} + SS_E$$

โดย

$$SS_T = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y^2_{..}}{N}$$

$$SS_{treat} = \sum_{i=1}^{k} \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y^2_{..}}{N}$$

สมมติฐาน $H_0 : u_1 = u_2 = u_3 = \ldots = u_n$

$H_1 : u_1 \neq u_2$ อย่างน้อย 1 คู่

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST) จะเกิดมาจาก 2 แหล่ง คือ

$$SST = SS_{treat} + SS_{block} + SS_E$$

โดย

$$SS_T = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y^2..}{N}$$

$$SS_{treat} = \sum_{i=1}^{k} \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y^2..}{N}$$

$$SS_{block} = \sum_{i=1}^{b} \frac{y_{.j}^2}{k} - \frac{y^2..}{N}$$

สมมติฐาน $H_0 : u_1 = u_2 = u_3 = \ldots = u_n$

$H_1 : u_1 \neq u_2$ อย่างน้อย 1 คู่

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST) จะเกิดมาจาก 2 แหล่ง คือ

$$SST = SS_{treat} + SS_{block} + SS_E$$

โดย

$$SS_T = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y^2..}{N}$$

$$SS_{treat} = \sum_{i=1}^{k} \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y^2..}{N}$$

$$SS_{block} = \sum_{i=1}^{b} \frac{y_{.j}^2}{k} - \frac{y^2..}{N}$$

$$SS_E = SS_T - SS_{treat} - SS_{block}$$

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_c
Treatments				
Block				
Error				
Total				

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_C
Treatments	SS_{treat}			
Block	SS_{block}			
Error	SS_E			
Total	SS_T			

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_C
Treatments	SS_{treat}	k-1		
Block	SS_{block}	b-1		
Error	SS_E	(k-1)(b-1)		
Total	SS_T	N-1		

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_c
Treatments	SS_{treat}	k-1	$SS_{treat}/(k-1)$	
Block	SS_{block}	b-1	$SS_{block}/ (b-1)$	
Error	SS_E	(k-1)(b-1)	$SS_E/(k-1)(b-1)$	
Total	SS_T	N-1		

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_C
Treatments	SS_{treat}	k-1	$SS_{treat}/(k-1)$	MS_{treat}/MS_E
Block	SS_{block}	b-1	$SS_{block}/(b-1)$	
Error	SS_E	(k-1)(b-1)	$SS_E/(k-1)(b-1)$	
Total	SS_T	N-1		

$> F_{ตาราง}$

$F_{\alpha,k-1,(k-1)(b-1)}$

Treatment มีผล

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_c
Treatments	SS_{treat}	$k-1$	$SS_{treat}/(k-1)$	MS_{treat}/MS_E
Block	SS_{block}	$b-1$	$SS_{block}/(b-1)$	
Error	SS_E	$(k-1)(b-1)$	$SS_E/(k-1)(b-1)$	
Total	SS_T	$N-1$		

$F_{ตาราง}$

$< F_{\alpha,k-1,(k-1)(b-1)}$

Treatment ไม่มีผล

ตัวอย่างที่ 9-10

กำไรจากการขายโทรศัพท์มือถือ 4 ยี่ห้อ ในแต่ละภาคของไทย ในเดือนมีนาคม 2553 (ล้านบาท)

ภาค	ยี่ห้อ			
	A	B	C	D
เหนือ	16	11	12	10
อีสาน	9	12	15	9
กลาง	15	11	10	16
ใต้	13	14	12	14

จะสามารถสรุปได้หรือไม่ว่ายี่ห้อโทรศัพท์มือถือมีผลต่อยอดขาย

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ภาค $b = 4$	ยี่ห้อ $k = 4$				
	A	B	C	D	
เหนือ	16	11	12	10	49
อีสาน	9	12	15	9	45
กลาง	15	11	10	16	52
ใต้	13	14	12	14	53
	53	48	49	49	199

$N = 16$

ภาค $b = 4$	ยี่ห้อ $k = 4$				
	A	B	C	D	
เหนือ	16	11	12	10	49
อีสาน	9	12	15	9	45
กลาง	15	11	10	16	52
ใต้	13	14	12	14	53
	53	48	49	49	199

$$SS_T = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{y^2_{..}}{N} = \overset{2559}{[16^2+11^2+12^2+\ldots+14^2]} - \overset{2475.063}{\frac{199^2}{16}} = 83.937$$

$$SS_{treat} = \sum_{i=1}^{k} \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y^2_{..}}{N} = \overset{2478.750}{\frac{53^2+48^2+49^2+49^2}{4}} - \overset{2475.063}{\frac{199^2}{16}} = 3.687$$

$$SS_{block} = \sum_{i=1}^{b} \frac{y_{.j}^2}{k} - \frac{y^2_{..}}{N} = \overset{2484.750}{\frac{49^2+45^2+52^2+53^2}{4}} - \overset{2475.063}{\frac{199^2}{16}} = 9.687$$

$SS_T = 83.937$ $SS_{treat} = 3.687$ $SS_{block} = 9.687$

$SS_E = SS_T - SS_{treat} - SS_{block}$

$SS_E = 83.937 - 3.687 - 9.687 = 70.563$

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_c
ยี่ห้อ	3.687	3	1.229	0.157
Block	9.687	3		
Error	70.563	9		
Total	83.937	15		

$F_{0.01,3,9} = 6.99$

v_2	v_1 = 1	2	3	4	5	6
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37
9	10.56	8.02	**6.99**	6.42	6.06	5.80
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39

$SS_T = 83.937$ $SS_{treat} = 3.687$ $SS_{block} = 9.687$

$SS_E = SS_T - SS_{treat} - SS_{block}$

$SS_E = 83.937 - 3.687 - 9.687 = 70.563$

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_c
ยี่ห้อ	3.687	3	1.229	0.157
Block	9.687	3	3.229	
Error	70.563	9	7.840	
Total	83.937	15		

$< F_{0.01,3,9} = 6.99$

สรุปได้ว่า ยี่ห้อโทรศัพท์มือถือ <u>ไม่มีผลต่อยอดขาย</u> ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

TWO-WAY ANOVA

Factor A k	Factor B l				total
	1	2		l	
1	y y_{112} $Y_{11.}$ n … y_{11n}	y_{121} y 2 $Y_{12.}$ … y_{12n}	….. …..	y_{1l} y 2 $Y_{12.}$ … y_{1ln}	$y_{1..}$
2	y y_{212} $Y_{21.}$ … y_{21n}	y_{221} 2 $Y_{22.}$ … y_{22n}	….. …..	y_{2l} 2 $Y_{22.}$ … y_{2ln}	$y_{2..}$
: :	: : : :	: :	….. …..	: :	: :
k	y y_{k12} $Y_{21.}$ … y_{k1n}	y_{k21} y 2 $Y_{22.}$ … y_{k2n}	….. …..	y_{kl} y 2 $Y_{12.}$ … y_{kln}	$y_{2..}$
	$y_{.1.}$	$y_{.2.}$	….	$y_{.2.}$	$y_{...}$

ตั้งสมมติฐาน HO : $(\iota\beta)ij = 0_k$ H1 : $(\iota\beta)ij \neq 0_k$ อย่างน้อย 1 ค่า

ตั้งสมมติฐาน HO : $(\iota\beta)ij = 0_k$ H1 : $(\iota\beta)ij \neq 0_k$ อย่างน้อย 1 ค่า

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST)

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

ตั้งสมมติฐาน HO : $(\iota\beta)ij = 0_k$ H1 : $(\iota\beta)ij \neq 0_k$ อย่างน้อย 1 ค่า

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST)

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

โดย

$$SS_T = \sum_{n=1}^{n}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k} y_{ijn}^2 - \frac{y^2\ldots}{N}$$

ตั้งสมมติฐาน HO : $(\iota\beta)_{ij} = 0_k$ H1 : $(\iota\beta)_{ij} \neq 0_k$ อย่างน้อย 1 ค่า

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST)

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

โดย

$$SS_T = \sum_{n=1}^{n}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k} y_{ijn}^2 - \frac{y^2...}{N}$$

$$SS_A = \sum_{i=1}^{k\sum} \frac{y_{i..}^2}{\ln} - \frac{y^2...}{N}$$

ตั้งสมมติฐาน HO : $(\iota\beta)ij = 0_k$ H1 : $(\iota\beta)ij \neq 0_k$ อย่างน้อย 1 ค่า

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST)

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

โดย

$$SS_T = \sum_{n=1}^{n}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k} y_{ijn}^2 - \frac{y^2\ldots}{N}$$

$$SS_A = \sum_{i=1}^{k\sum} \frac{y_{i..}^2}{\mathrm{ln}} - \frac{y^2\ldots}{N}$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^{l} \frac{y_{.j.}^2}{kn} - \frac{y^2\ldots}{N}$$

ตั้งสมมติฐาน HO : $(\iota\beta)ij = 0_k$ H1 : $(\iota\beta)ij \neq 0_k$ อย่างน้อย 1 ค่า

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST)

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

โดย

$$SS_T = \sum_{n=1}^{n}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k} y_{ijn}^2 - \frac{y^2 \ldots}{N}$$

$$SS_A = \sum_{i=1}^{k\Sigma} \frac{y_{i..}^2}{\ln} - \frac{y^2 \ldots}{N}$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^{l} \frac{y_{.j.}^2}{kn} - \frac{y^2 \ldots}{N}$$

$$SS_{subtotal} = \sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k} \frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y^2 \ldots}{N}$$

ตั้งสมมติฐาน H0 : $(\iota\beta)_{ij} = 0_k$ H1 : $(\iota\beta)_{ij} \neq 0_k$ อย่างน้อย 1 ค่า

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST)

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

โดย

$$SS_T = \sum_{n=1}^{n}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k} y_{ijn}^2 - \frac{y^2\ldots}{N}$$

$$SS_A = \sum_{i=1}^{k\sum} \frac{y_{i..}^2}{\ln} - \frac{y^2\ldots}{N}$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^{l} \frac{y_{.j.}^2}{kn} - \frac{y^2\ldots}{N}$$

$$SS_{subtotal} = \sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k} \frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y^2\ldots}{N}$$

$$SS_{AB} = SS_{subtotal} - SS_A - SS_B$$

ตั้งสมมติฐาน HO : $(\iota\beta)ij = 0_k$ H1 : $(\iota\beta)ij \neq 0_k$ อย่างน้อย 1 ค่า

ความแปรปรวนรวม (Total Sum of Squares : SST)

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

โดย

$$SS_T = \sum_{n=1}^{n}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k} y_{ijn}^2 - \frac{y^2 ...}{N}$$

$$SS_A = \sum_{i=1}^{k\Sigma} \frac{y_{i..}^2}{\ln} - \frac{y^2 ...}{N}$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^{l} \frac{y_{.j.}^2}{kn} - \frac{y^2 ...}{N}$$

$$SS_{subtotal} = \sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k} \frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y^2 ...}{N}$$

$$SS_{AB} = SS_{subtotal} - SS_A - SS_B$$

$$SS_E = SST - SS_A - SS_B - SS_{AB}$$

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_C
A	SS_A	k-1	$SS_A/(k-1)$	MS_A/MS_E
B	SS_B	l-1	$SS_B/(l-1)$	MS_B/MS_E
Interaction AB	SS_{AB}	(k-1)(l-1)	$SS_{AB}/(k-1)(l-1)$	MS_{AB}/MS_E
Error	SS_E	(kl)(n-1)	$SS_E/(k1)(n-1)$	
Total	SS_T	N-1		

$F_{\alpha,k-1,(kl)(n-1)}$

$F_{\alpha,l-1,(kl)(n-1)}$

$> F_{\alpha,(k-1)(l-1),(kl)(n-1)}$

ปัจจัยร่วมของปัจจัย A และ B มีผล

ตาราง ANOVA

source	SS	df	MS	F_C
A	SS_A	k-1	$SS_A/(k-1)$	MS_A/MS_E
B	SS_B	l-1	$SS_B/(l-1)$	MS_B/MS_E
Interaction AB	SS_{AB}	(k-1)(l-1)	$SS_{AB}/(k-1)(l-1)$	MS_{AB}/MS_E
Error	SS_E	(kl)(n-1)	$SS_E/(k1)(n-1)$	
Total	SS_T	N-1		

$F_{\alpha,k-1,(kl)(n-1)}$

$F_{\alpha,l-1,(kl)(n-1)}$

$F_{\alpha,(k-1)(l-1),(kl)(n-1)}$

ให้ไปดูปัจจัย A และ B ต่อ

<u>ตัวอย่างที่ 9-21</u> นายใหญ่ต้องการออกแบบแบตเตอรี่เพื่อใช้ในอุปกรณ์อย่างหนึ่ง ซึ่งจะถูกนำไปใช้ในอุณหภูมิที่หลากหลาย เขาต้องการดูว่าวัสดุที่นำไปใช้เป็น plate ของแบตเตอรี่ และอุณหภูมิ (ในสภาวะการใช้งาน) มีผลหรือไม่ต่ออายุการใช้งานของแบตเตอรี่ เขาได้ออกแบบการทดลอง 36 runs ได้ผลดังตาราง จงสรุปผลการทดสอบนี้ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

n = 4 N = 36

A k = 3	B อุณหภูมิ (°C) l = 3					
ชนิดของวัสดุ	30		90		150	
A	130	155	34	40	20	70
	74	180	80	75	82	58
B	150	188	136	122	25	70
	159	126	106	115	58	45
C	138	110	174	120	96	104
	168	160	150	139	82	60

A k = 3 ชนิดของวัสดุ	B อุณหภูมิ (°C) l = 3		n = 4	N = 36
	30	90	150	
A	130 155 539 74 180	34 40 229 80 75	20 70 230 82 58	998
B	150 188 623 159 126	136 122 479 106 115	25 70 198 58 45	1300
C	138 110 576 168 160	174 120 583 150 139	96 104 342 82 60	1501
	1738	1291	770	3799

478547 400900.028

$$SS_T = \sum_{n=1}^{n}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k} y_{ijn}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{N} = [130^2 + 155^2 + \dots + 60^2] - \frac{3799^2}{36} = 77{,}646.972$$

A k = 3 ชนิดของวัสดุ	B อุณหภูมิ (°C) l = 3 n = 4 30	90	150	N = 36
A	130 155 539 74 180	34 40 229 80 75	20 70 230 82 58	998
B	150 188 623 159 126	136 122 479 106 115	25 70 198 58 45	1300
C	138 110 576 168 160	174 120 583 150 139	96 104 342 82 60	1501
	1738	1291	770	3799

411583.750 400900.028

$$SS_A = \sum_{i=1}^{k} \frac{y_{i..}^2}{ln} - \frac{y^2_{...}}{N} = \frac{998^2+1300^2+1501^2}{12} - \frac{3799^2}{36} = 10,683.722$$

A k = 3 ชนิดของวัสดุ	B อุณหภูมิ (°C) l = 3 n = 4			N = 36
	30	90	150	
A	130 155 539 74 180	34 40 229 80 75	20 70 230 82 58	998
B	150 188 623 159 126	136 122 479 106 115	25 70 198 58 45	1300
C	138 110 576 168 160	174 120 583 150 139	96 104 342 82 60	1501
	1738	1291	770	3799

440018.750 400900.028

$$SS_B = \sum_{i=1}^{l} \frac{y_{.i.}^2}{kn} - \frac{y^2_{...}}{N} = \frac{1738^2+1291^2+770^2}{12} - \frac{3799^2}{36} = 39{,}118.722$$

A $k = 3$ ชนิดของวัสดุ	B อุณหภูมิ (°C) $l = 3$ $n = 4$			$N = 36$
	30	90	150	
A	130 155 539 74 180	34 40 229 80 75	20 70 230 82 58	998
B	150 188 623 159 126	136 122 479 106 115	25 70 198 58 45	1300
C	138 110 576 168 160	174 120 583 150 139	96 104 342 82 60	1501
	1738	1291	770	3799

460316.25 400900.028

$$SS_{SUB} = \sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{k}\frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y^2_{...}}{N} = \frac{539^2+229^2+...+342^2}{4} - \frac{3799^2}{36} = 59{,}416.222$$

SS_T = 77,646.972 SS_A = 10,683.722 SS_B = 39,118.722 SS_{sub} = 59,416.222

$SS_{AB} = SS_{sub} - SS_A - SS_B = \underline{9,613.778}$

$SS_E = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB} = \underline{18,230.75}$

ชนิดวัสดุและอุณหภูมิ มีผลต่ออายุการใช้งานของแบตเตอรี่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

source	SS	df	MS	F_c		Fตาราง
ชนิดวัสดุ A	10,683.722	2	5,341.861	7.911	$>$	$F_{0.01,2,27} = 5.49$
อุณหภูมิ B	39,118.722	2	19,559.361	28.968	$>$	$F_{0.01,2,27} = 5.49$
Interaction AB	9,613.778	4	2,403.445	3.560	$<$	$F_{0.01,4,27} = 4.11$
Error	18,230.750	27	675.213			
Total	77,646.972	35				

ชนิดวัสดุ มีผล

อุณหภูมิ มีผล