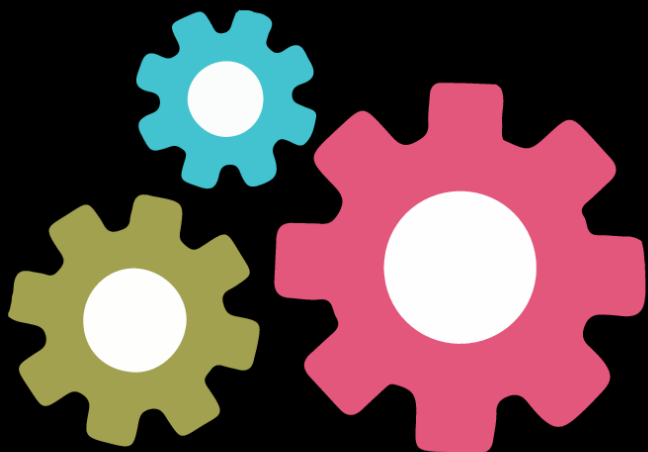


2

ดอกเบี้ยยประเภทต่างๆ และการใช้งาน (Factor and their use)



2.1 ค่าของเงินเปลี่ยนแปลงตามเวลา (Time Value of Money)

ค่าของเงินเปลี่ยนแปลงตามเวลา (Time Value of Money)
หมายความว่า จำนวนเงินที่เท่ากันแต่อยู่ในช่วงเวลาที่ต่างกัน
ค่าของเงินก็จะต่างกันด้วยทั้งนี้ขึ้นกับสภาวะทางเศรษฐกิจ
และปัจจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง



2.2 มูลค่าเทียบเท่า (Equivalence)

มูลค่าเทียบเท่า หมายถึง จำนวนเงินที่ต่างกันในช่วงเวลาที่ต่างกัน สามารถมีมูลค่าเทียบเท่ากันได้ ในเชิงเศรษฐศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1 (แสดงมูลค่าเทียบเท่า) เงินจำนวน 100 บาท
อัตราดอกเบี้ย 10% ต่อปี



2.3 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณดอกเบี้ย

P Present worth : มูลค่าเริ่มต้น หรือ มูลค่าปัจจุบัน
ส่วนมาก คือ เงินต้น

F Future worth : จำนวนเงิน หรือ มูลค่าสุดท้าย หรือ
อนาคต

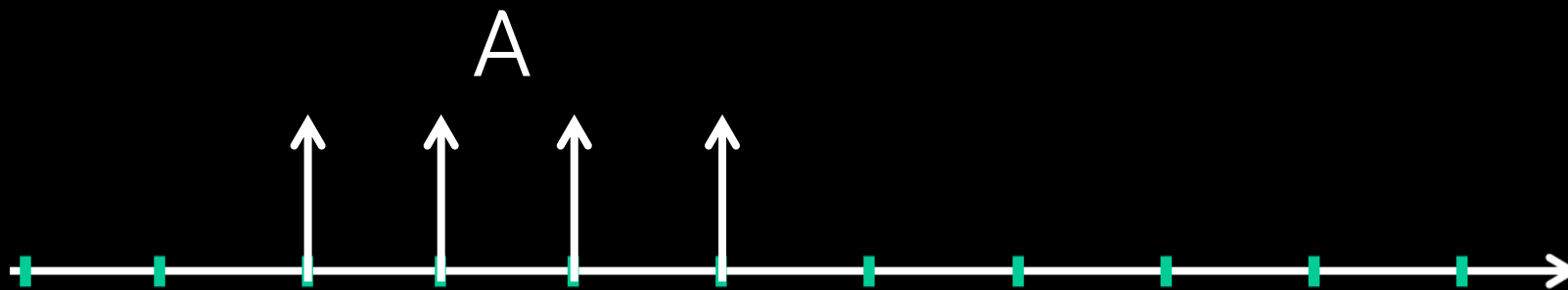
A Annual worth : จำนวนเงินที่จ่ายหรือรับทุก ๆ ช่วงเวลา

n ช่วงเวลาหรือระยะเวลา
เป็น วัน/เดือน/ปี ฯลฯ

i อัตราดอกเบี้ยต่อระยะเวลา

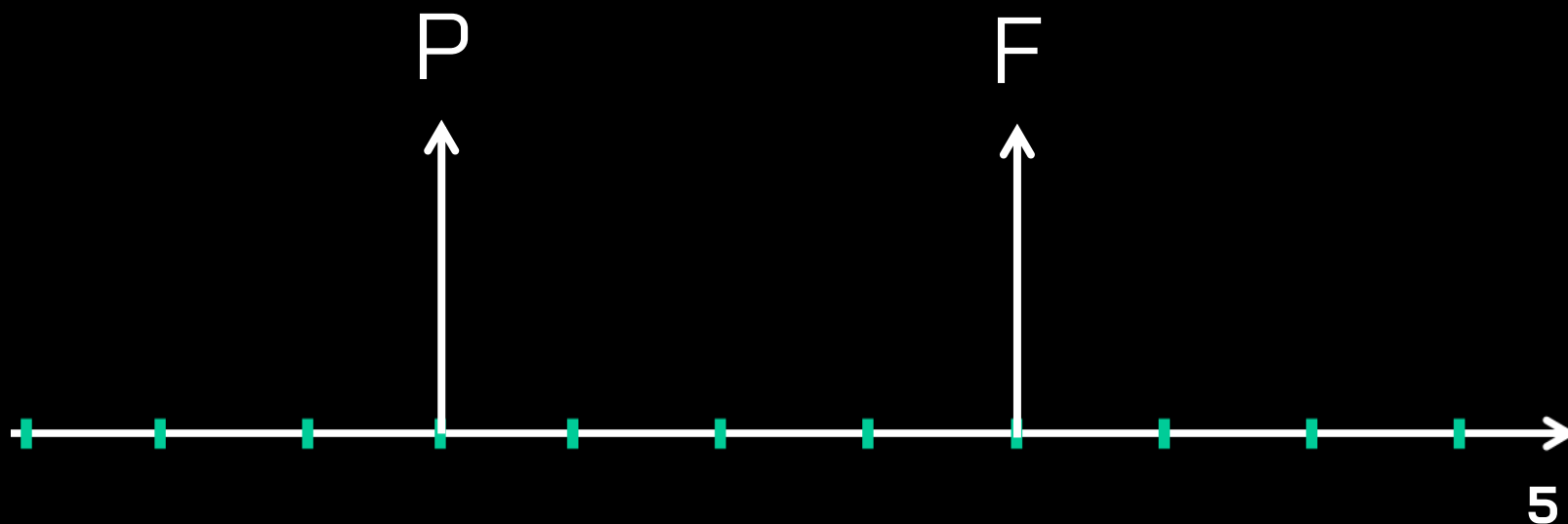


เงินสด A



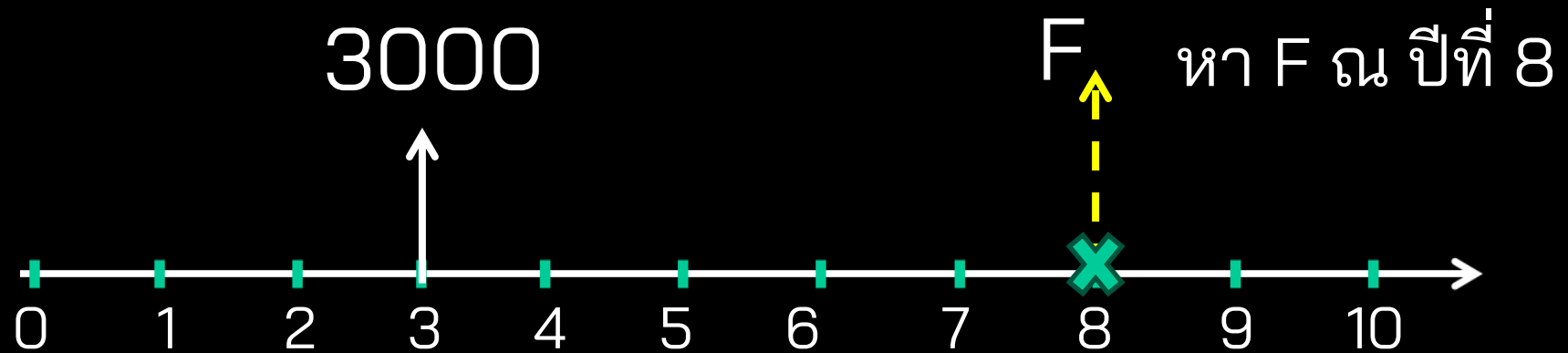
เงินก้อนเดียวข้างหลัง P

เงินก้อนเดียวข้างหน้า F



เงิน 3000 บาท ในปี 3

อยากรู้มูลค่าเทียบเท่า ณ ปีที่ 8

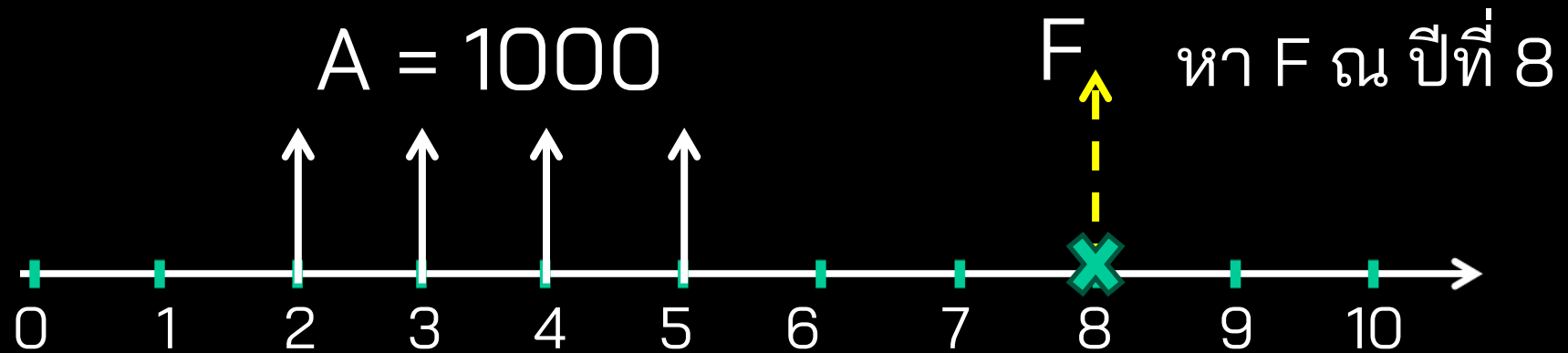


อยากรู้มูลค่าเทียบเท่าของเงินนี้ ณ ปัจจุบัน

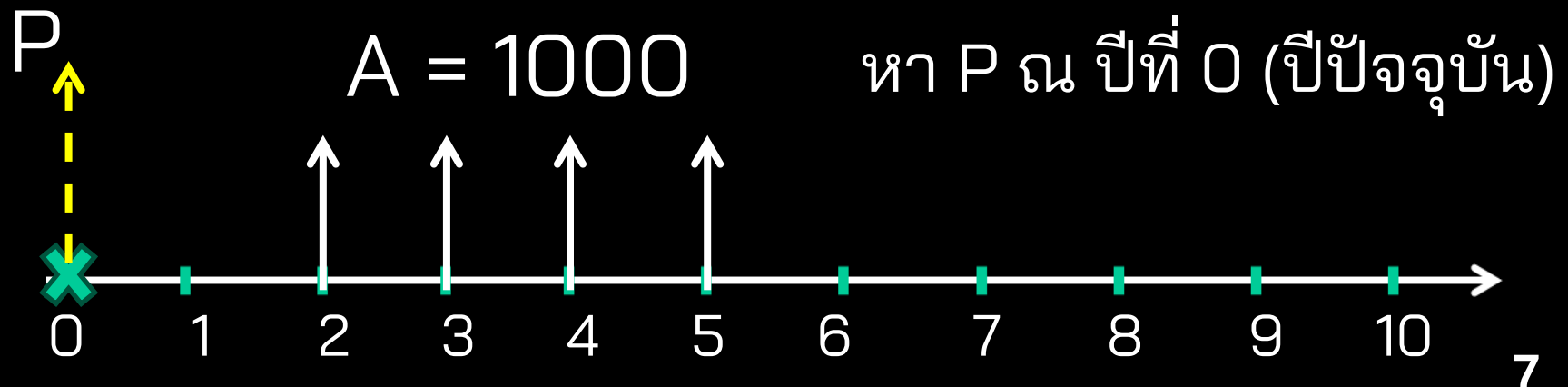


เงินรายปี งวดละ 1000 บาท ในปีที่ 2-5

อยากรู้มูลค่าเทียบเท่าของเงินชุดนี้ ณ ปีที่ 8

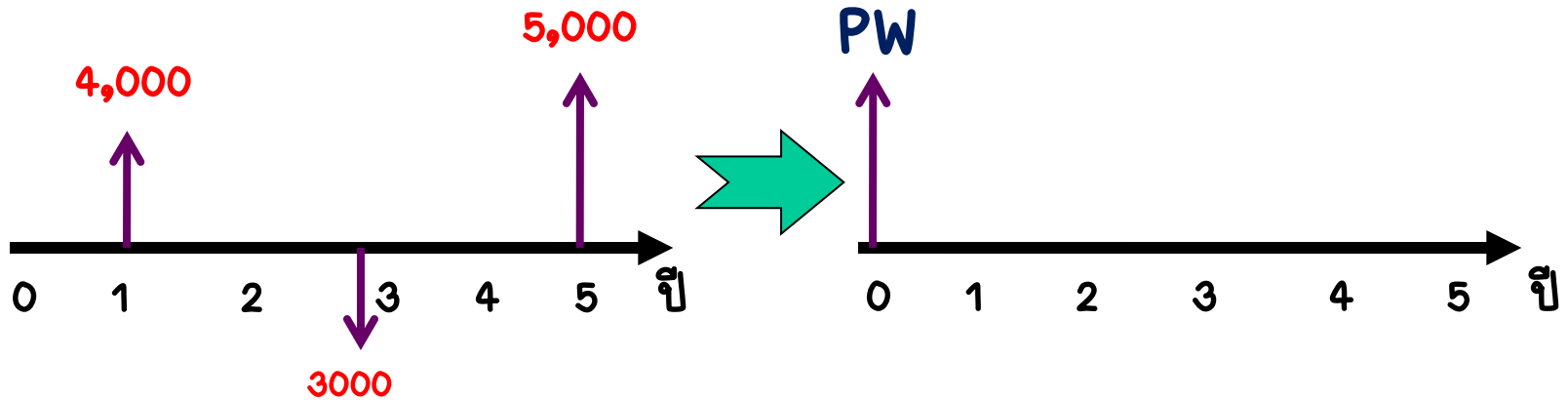


อยากรู้มูลค่าเทียบเท่าของเงินชุดนี้ ณ ปัจจุบัน

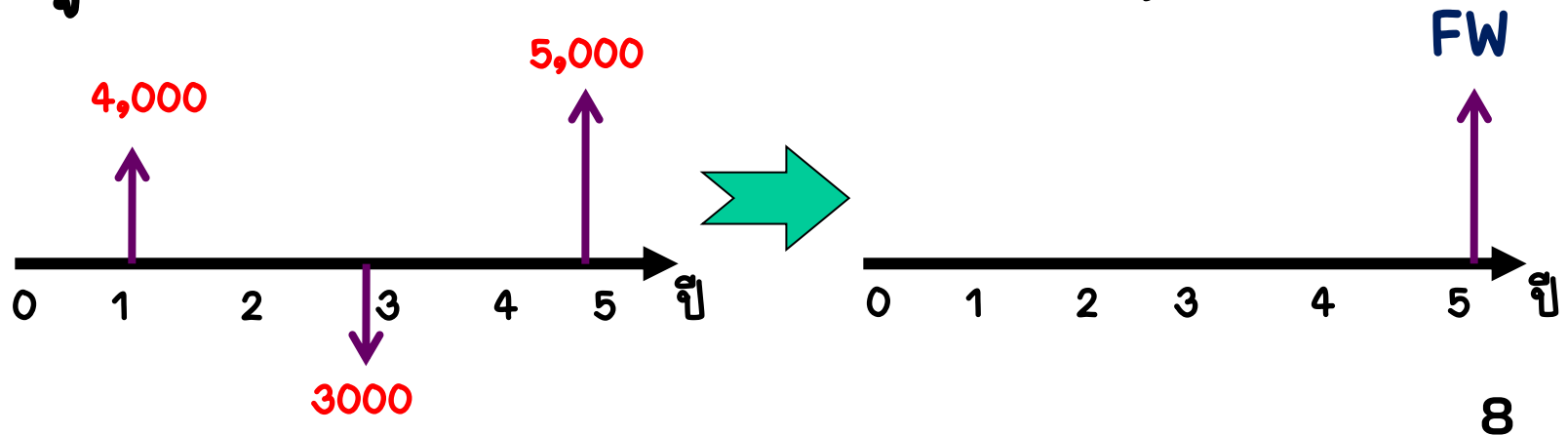


2.4 มูลค่าเทียบเท่า ณ ช่วงเวลาต่าง ๆ

2.4.1 มูลค่าเทียบเท่าปัจจุบัน (Present Worth ; PW)

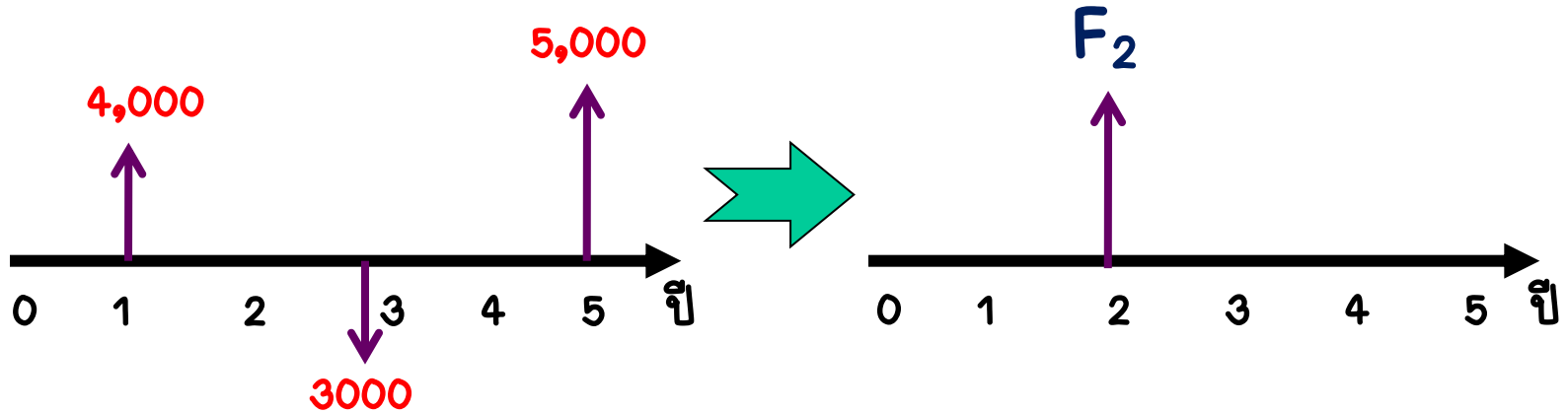


2.4.2 มูลค่าเทียบเท่าอนาคต (Future Worth ; FW)

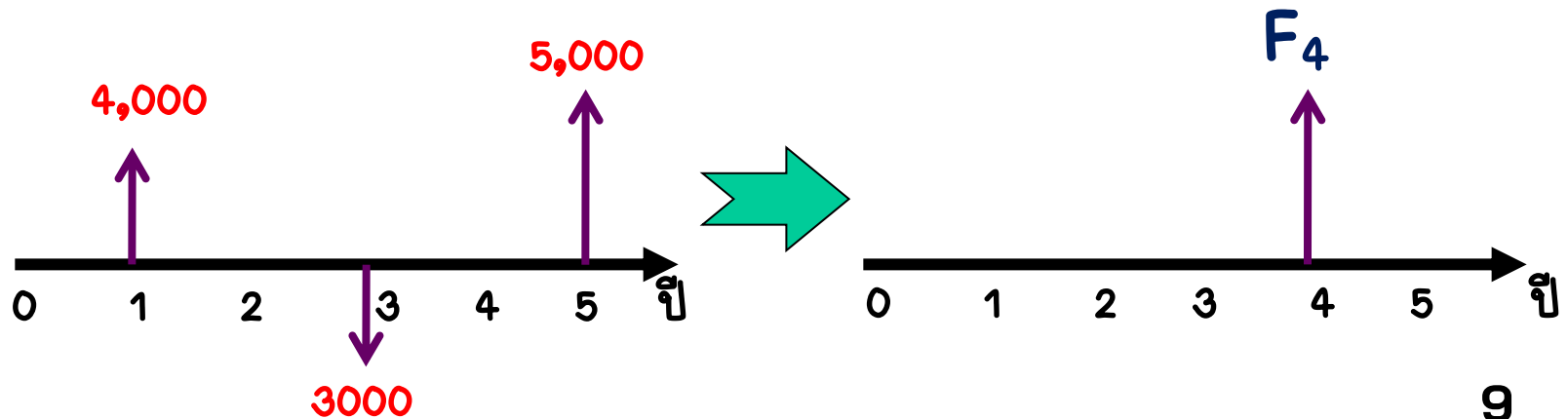


2.4 มูลค่าเทียบเท่า ณ ช่วงเวลาต่าง ๆ

มูลค่าเทียบเท่าปีที่ 2 (F_2)

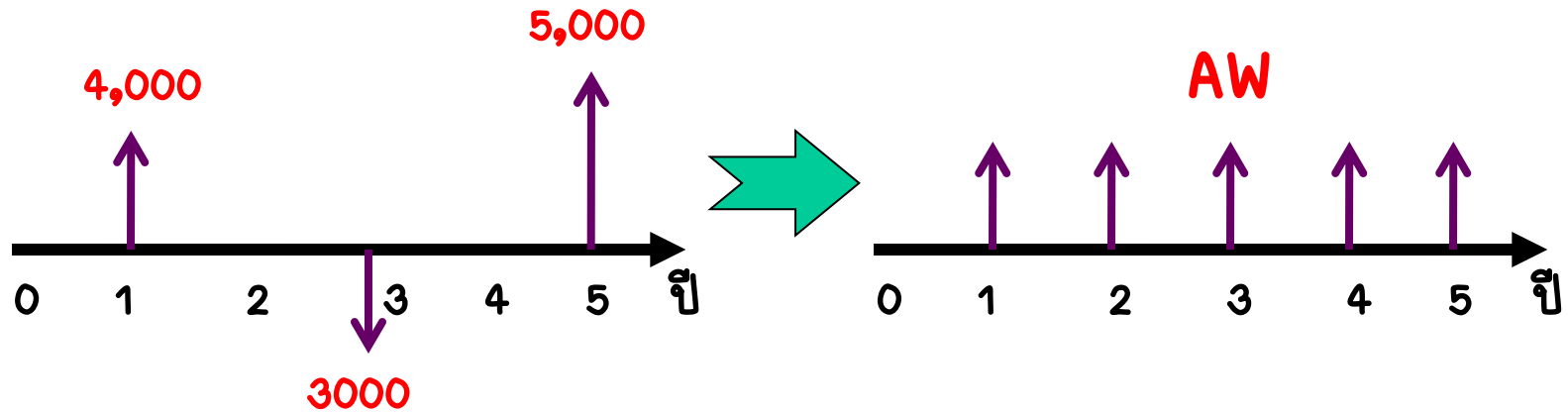


มูลค่าเทียบเท่าปีที่ 4 (F_4)

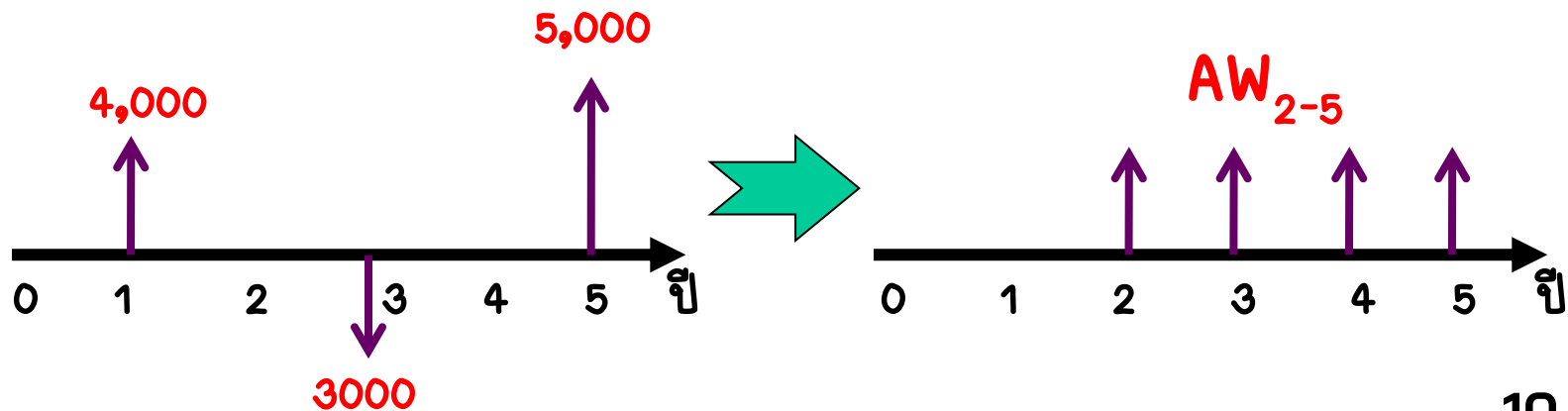


2.4 มูลค่าเทียบเท่า ณ ช่วงเวลาต่าง ๆ

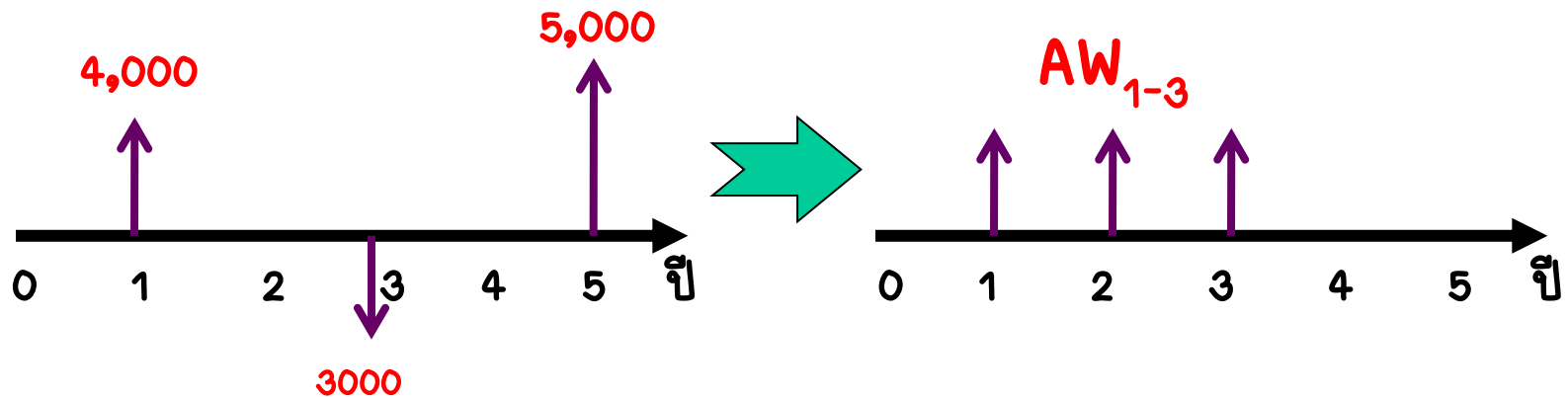
2.4.3 มูลค่าเทียบเท่ารายปี (Annual Worth ; AW)



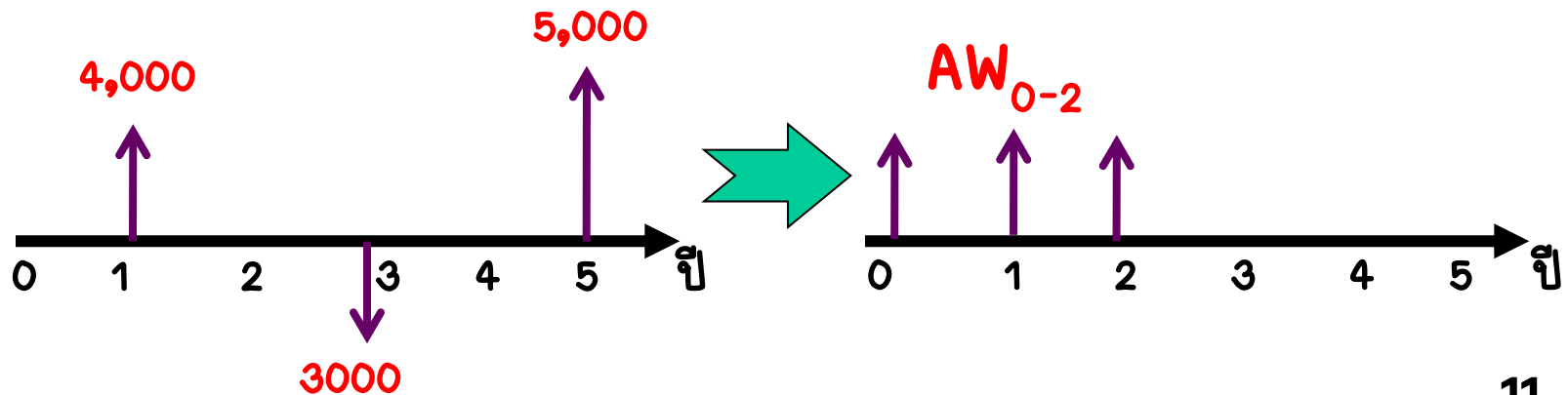
มูลค่าเทียบเท่ารายปี ตั้งแต่ปีที่ 2-5 (AW_{2-5})



มูลค่าเทียบเท่ารายปี ตั้งแต่ปีที่ 1-3 (AW_{1-3})



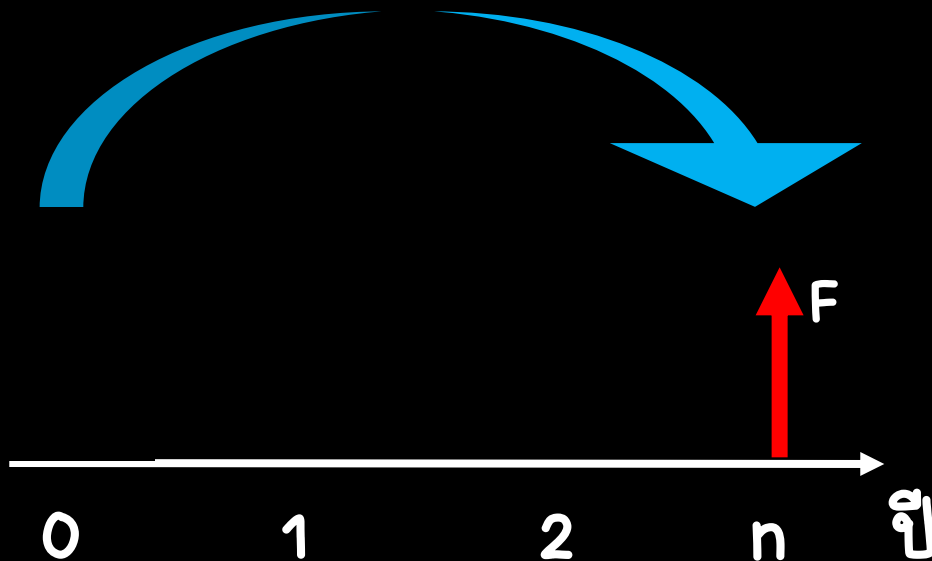
มูลค่าเทียบเท่ารายปี ตั้งแต่ปีที่ 0-2 (AW_{0-2})



2.5 การคิดดอกเบี้ยแบบระบบจ่ายครั้งเดียว (Single-Payment Factors)

2.5.1 หามูลค่าเทียบเท่าอนาคต F ของเงิน P (F/P Factor)

การโยกเงินไปข้างหน้า



สูตร

$$F = P(1+i)^n$$

เปิดตาราง

$$F = P(F/P, i\%, n)$$

ตัวอย่างที่ 2 ลงนามูลค่าเทียบเท่าปีที่ 3 : $i = 10\%$ ต่อปี



ใช้สูตร

$$F = P(1+i)^n$$

$$F_3 = 1,000 (1 + 0.10)^3 = 1,331$$

Given P

Find F

เงินก้อนเดียวอยู่ปีที่ 0 โยกไปเป็นเงินก้อนเดียวปีที่ 3 **F/P**

$$(F/P, i\%, n)$$

เปิดตาราง



$$F_3 = 1,000 (1.331) = 1,331$$

ตาราง แสดงดอกเบี้ยทบต้นที่อัตราดอกเบี้ย

10 %

1

n	Single Payment		Uniform Series				Uniform Series	
	Compound amount factor	Present worth factor	Sinking fund factor	Capital recovery factor	Compound amount factor	Present worth factor	Gradient conversion factor	Present worth factor
	F/P	P/F	A/F	A/P	F/A	P/A	P/G	A/G
1	1.1000	0.90909	1.00000	1.10000	1.0000	0.9091		
2	1.2100	0.82645	0.47619	0.57619	2.1000	1.7355	0.8264	0.4762
3	1.3310	0.75131	0.30211	0.40211	3.3100	2.4869	2.3291	0.9366
4	1.4641	0.68301	0.20727	0.27727	4.6410	3.1699	4.3781	1.3812
5	1.6105	0.62092	0.15027	0.20727	6.1051	3.7908	6.8618	1.8101
6	1.7716	0.56447	0.12961	0.22961	7.7156	4.3553	9.6842	2.2236
7	1.9487	0.51316	0.10541	0.20541	9.4872	4.8684	12.7631	2.6216
8	2.1436	0.46651	0.08744	0.18744	11.4359	5.3349	16.0287	3.0045
9	2.3579	0.42410	0.07364	0.17364	13.5795	5.7590	19.4215	3.3724
10	2.5937	0.38554	0.06275	0.16275	15.9374	6.1446	22.8913	3.7255

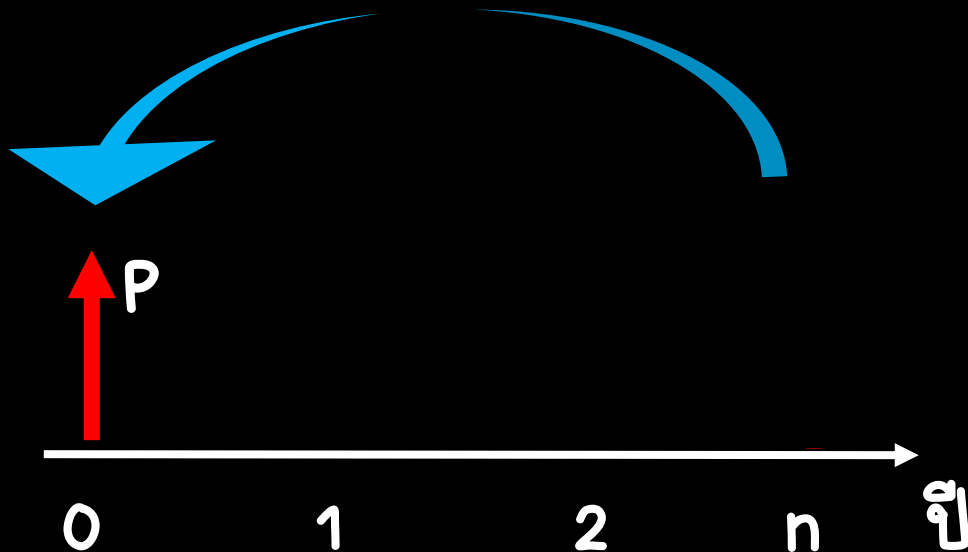
(F/P, 10%, 3)

back

2.5 การคิดดอกเบี้ยแบบระบบจ่ายครั้งเดียว (Single-Payment Factors)

2.5.2 หามูลค่าเทียบเท่าปัจจุบัน P ของเงิน F (P/F Factor)

การโยกเงินไปข้างหลัง



สูตร

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

เปิดตาราง

$$P = F(P/F, i\%, n)$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหามูลค่าเทียบเท่าปีปัจจุบัน (PW)

$i = 10\%$ ต่อปี



ใช้สูตร
$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = \frac{1,331}{(1+0.10)^3} = 1,000$$

เปิดตาราง
$$P = F(P/F, i\%, n)$$

เปิดตาราง

$$P_0 = 1,331 (P/F, 10\%, 3) = 1,000$$

16

ตาราง แสดงดอกเบี้ยทบต้นที่อัตราดอกเบี้ย

10 %

1

n	Single Payment		Uniform Series				Uniform Series	
	Compound	Present	Sinking	Capital	Compound	Present	Gradient	Present
	amount	worth	fund	recovery	amount	worth	conversion	worth
	factor	factor	factor	factor	factor	factor	factor	factor
	F	P/F	A/F	A/P	F/A	P/A	P/G	A/G
1	1.1000	0.90909	1.00000	1.10000	1.0000	0.9091		
2	1.2100	0.82645	0.47619	0.57619	2.1000	1.7355	0.8264	0.4762
3	1.3310	0.75131	0.11	0.40211	3.3100	2.4869	2.3291	0.9366
4	1.4641	0.68301	0.21547	0.31547	4.6410	3.1699	4.3781	1.3812
5	1.6105	0.62092	0.16380	0.26380	6.1051	3.7908	6.8618	1.8101
6	1.7716	0.56447			7.7156	4.3553	9.6842	2.2236
7	1.9487	0.51316	0.10541	0.20541	9.4872	4.8684	12.7631	2.6216
8	2.1436	0.46651	0.08744	0.18744	11.4359	5.3349	16.0287	3.0045
9	2.3579	0.42410	0.07364	0.17364	13.5795	5.7590	19.4215	3.3724
10	2.5937	0.38554	0.06275	0.16275	15.9374	6.1446	22.8913	3.7255

(P/F,10%,3)

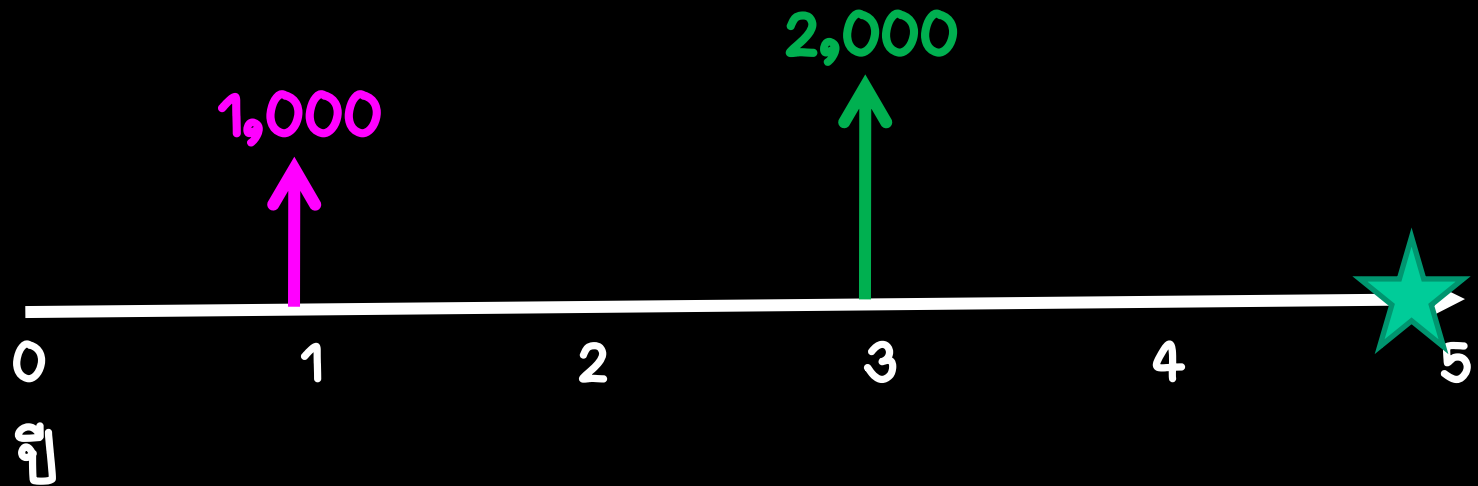
back

ตัวอย่างที่ 4 สมมติลงทุน 4,000 บาท ในปีปัจจุบัน
อยากทราบว่าในอีก 8 ปีข้างหน้า สมมติจะได้รับเงินก้อน
เป็นจำนวนเท่าไร ถ้าอัตราดอกเบี้ย 10% ต่อปี



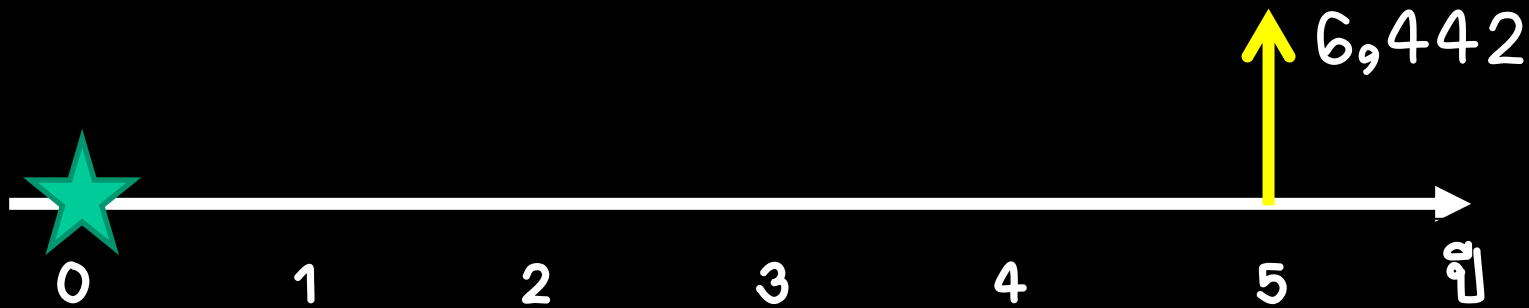
$$F_8 = 4,000 (F/P, 10\%, 8) = 8,574.4$$

ตัวอย่างที่ 5 เงินจำนวน 1,000 บาทในปีที่ 1 และเงิน 2,000 บาท ในปีที่ 3 จะมีมูลค่าเทียบเท่าเงินจำนวนเท่าไร ในปีที่ 5 ถ้าอัตราดอกเบี้ย 10% ต่อปี



$$F_5 = 1000(F/P, 10\%, 4)^{1.4641} + 2000(F/P, 10\%, 2)^{1.21} = 3,884.1$$

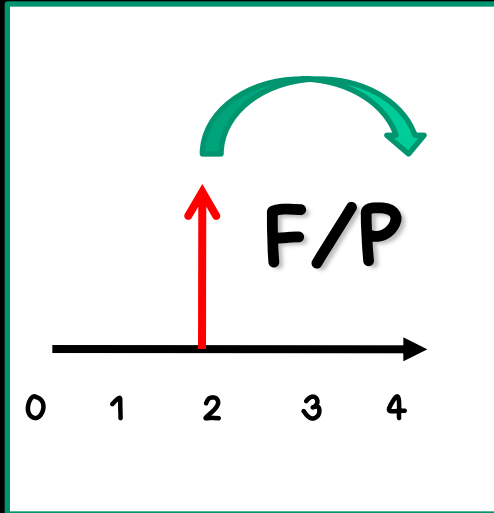
ตัวอย่างที่ 6 เงินจำนวน 6,442 บาทในปีที่ 5 จะมีมูลค่า
เทียบเท่าเงินจำนวนเท่าไร ในปีปัจจุบันถ้าอัตราดอกเบี้ย
10% ต่อปี



ใช้สูตร
$$P = \frac{F_5}{(1+i)^n} = \frac{6,442}{(1+0.10)^5} = 4,000$$

ใช้ Factor PW =
$$6,442 \times \frac{0.62092}{(P/F, 10\%, 5)} = 4,000$$

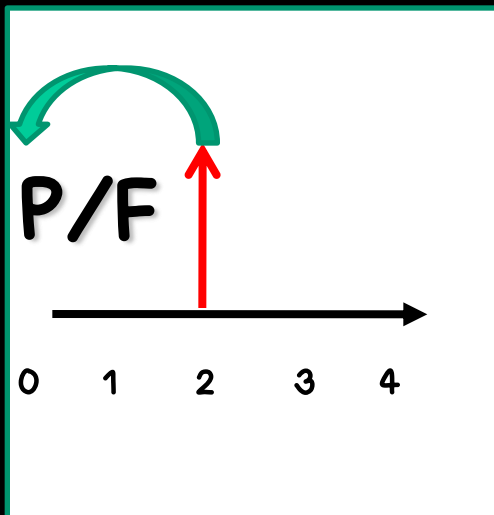
การโยกเงินก้อนเดียว



โยกไปข้างหน้า

ใช้สูตร $F = P(1+i)^n$

เปิดตาราง $F = P(F/P, i\%, n)$

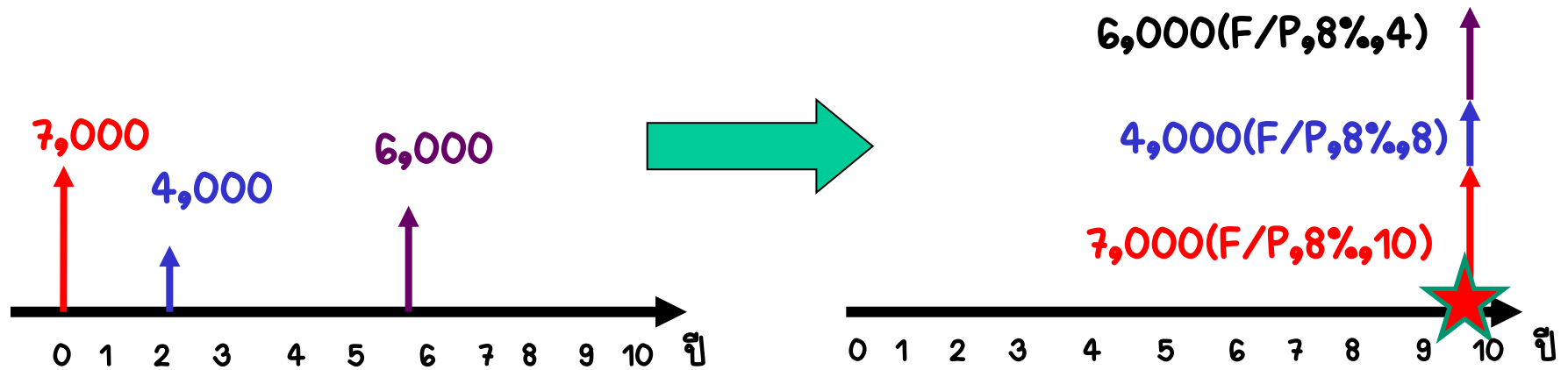


โยกไปข้างหลัง

ใช้สูตร $P = \frac{F}{(1+i)^n}$

เปิดตาราง $P = F(P/F, i\%, n)$

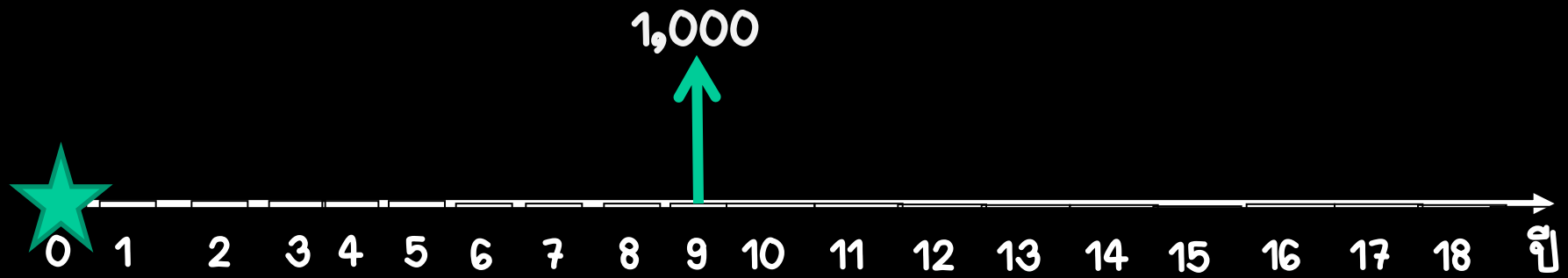
ตัวอย่างที่ 7 เซเรนาวางแผนออมเงิน โดยเปิดบัญชีเงินฝากจำนวน 7,000 บาท ณ ปีปัจจุบัน และจะฝากอีกจำนวน 4,000 บาท ในปีที่ 2 และอีก 6,000 บาทในปีที่ 6 อยากทราบว่าเมื่อสิ้นปีที่ 10 เซเรนาจะมีเงินฝากในธนาคารเท่าไร ถ้าอัตราดอกเบี้ยเงินฝากเป็น 8% ต่อปี



$$F_{10} = \overset{2.1589}{7,000(F/P, 8\%, 10)} + \overset{1.8509}{4,000(F/P, 8\%, 8)} + \overset{1.3605}{6,000(F/P, 8\%, 4)}$$

$$F_{10} = 30,678.90$$

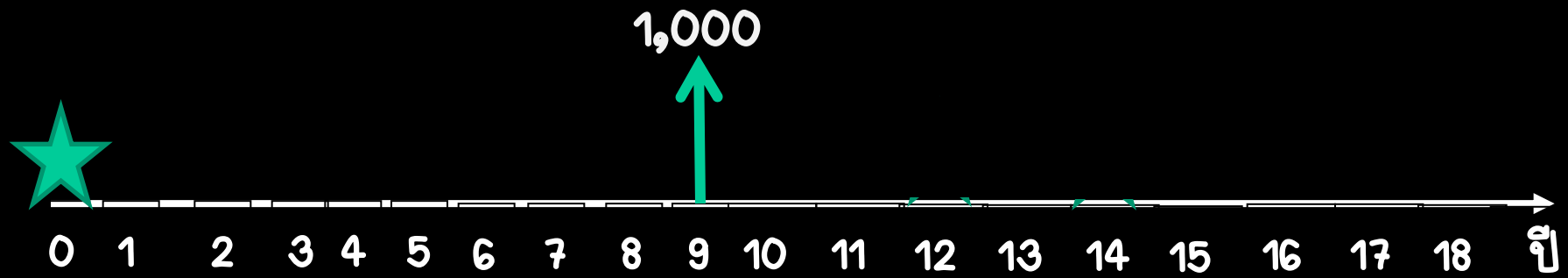
ตัวอย่างที่ 8 จงหามูลค่าเทียบเท่าปีปัจจุบัน (PW) กำหนด $i = 10\%$ ต่อปี



0.4241

$$PW = 1,000(P/F, 10\%, 9) = 424.1$$

ตัวอย่างที่ 8 ลงนามมูลค่าเทียบเท่าปีปัจจุบัน (PW) กำหนด $i = 10\%$ ต่อปี



0.4241

$$PW = 1,000(P/F, 10\%, 9) = 424.1$$

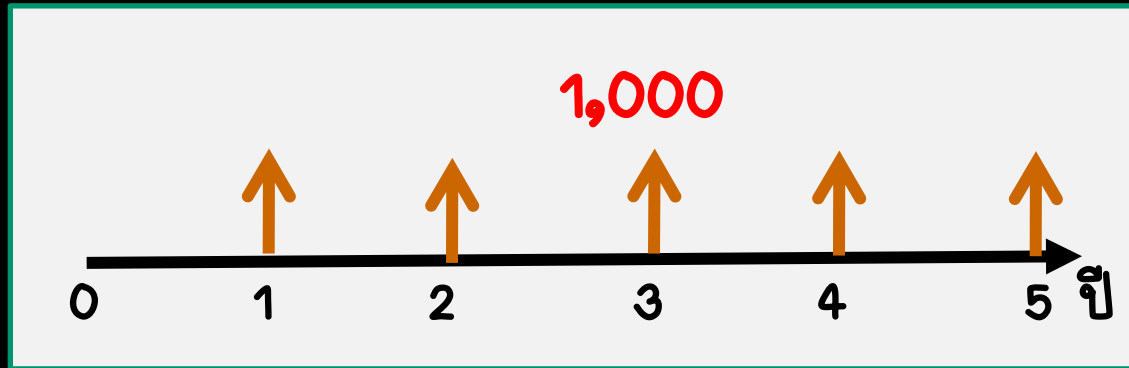
1.331

1.21

0.26333

$$PW = 1,000(F/P, 10\%, 3) (F/P, 10\%, 2) (P/F, 10\%, 14) = 424.1$$

ตัวอย่างที่ 9 จงหามูลค่าเทียบเท่า ณ ปีปัจจุบันกำหนดอัตราดอกเบี้ย ร้อยละ 10% ต่อปี

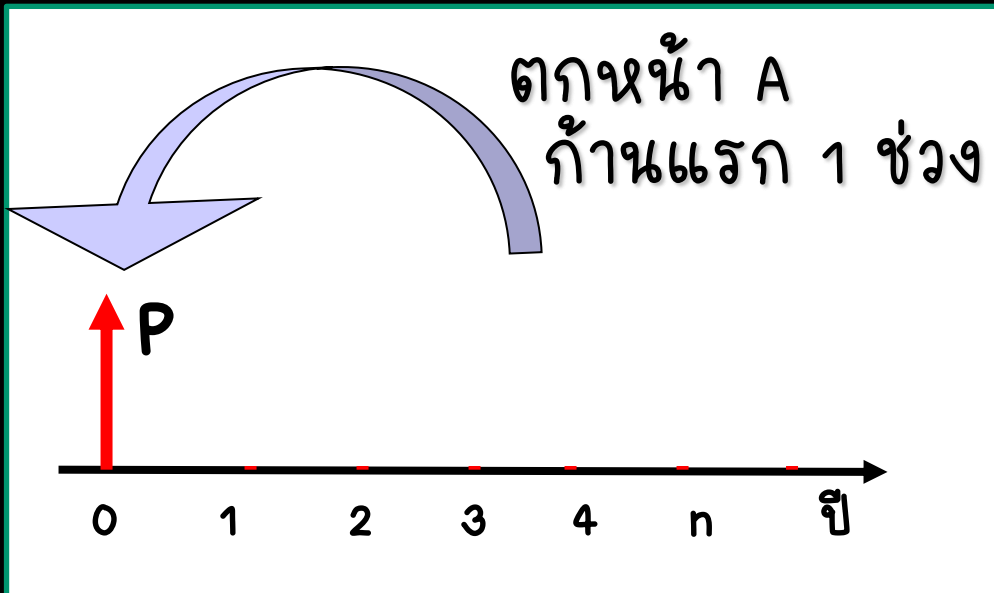


$$\begin{aligned} PW &= 1,000(P/F, 10\%, 1) + 1,000(P/F, 10\%, 2) + 1,000(P/F, 10\%, 3) \\ &\quad + 1,000(P/F, 10\%, 4) + 1,000(P/F, 10\%, 5) \\ &= 3,790.8 \end{aligned}$$

2.6 การคิดดอกเบี้ยแบบระบบง่ายเป็นอนุกรมเท่า ๆ กันทุกช่วงเวลา (Uniform Annual Series)

2.6.1 หามูลค่าเทียบเท่าปัจจุบัน P ของเงิน A (P/A Factor)

การยืมเงินชุดเป็นก้อนเดียว P



สูตร

$$P = \frac{A[(1+i)^n - 1]}{[i(1+i)^n]}$$

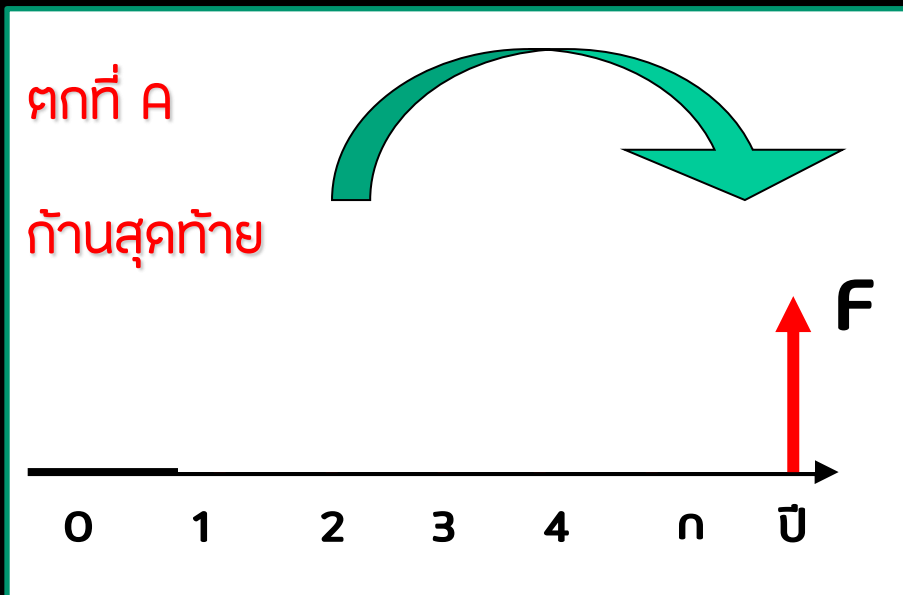
เปิดตาราง

$$P = A(P/A, i\%, n)$$

2.6 การคิดดอกเบี้ยแบบระบบง่ายเป็นอนุกรมเท่า ๆ กันทุกช่วงเวลา (Uniform Annual Series)

2.6.2 หามูลค่าเทียบเท่าอนาคต F ของเงิน A (F/A Factor)

การยุบเงินชุดเป็นก้อนเดียว F



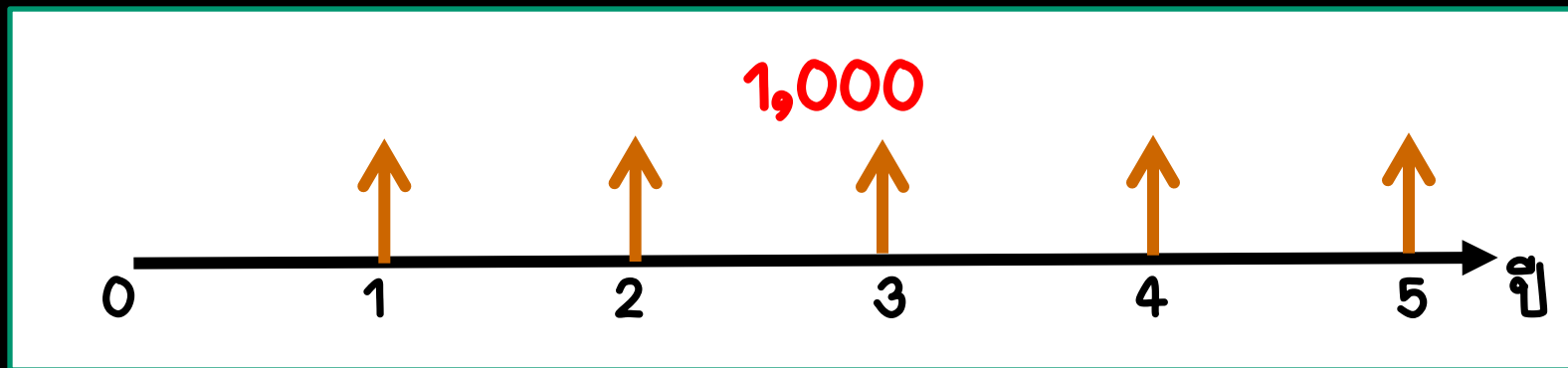
สูตร

$$F = \frac{A[(1+i)^n - 1]}{i}$$

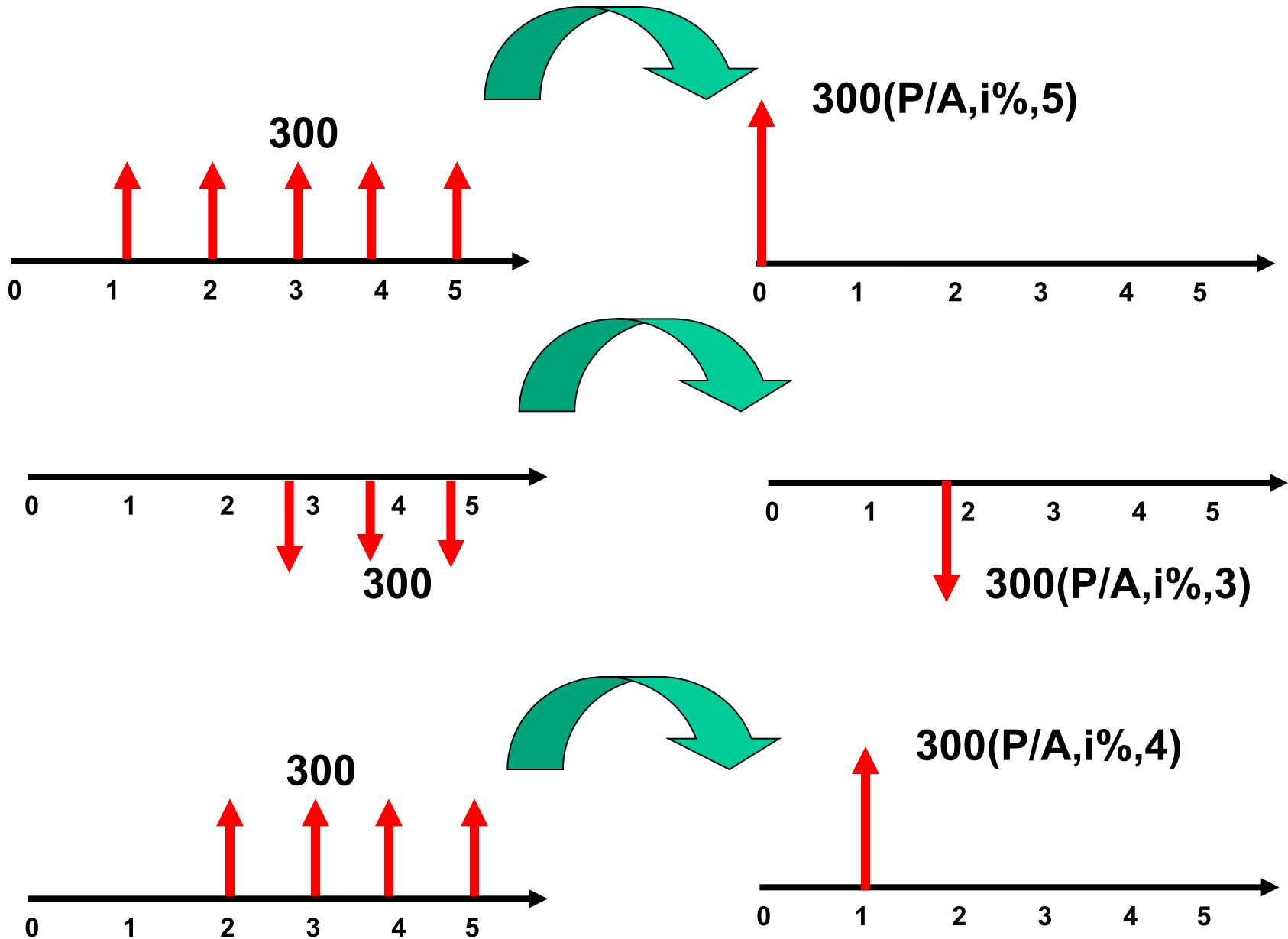
เปิดตาราง

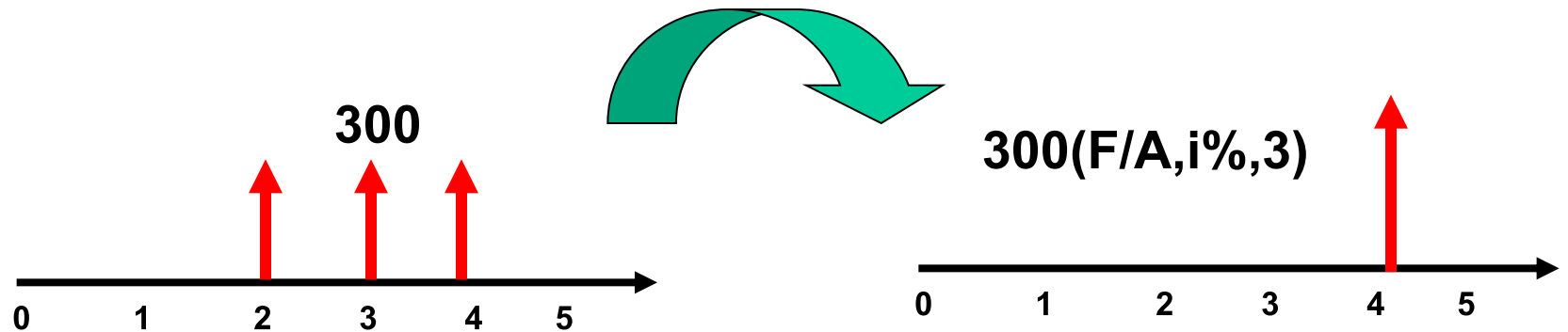
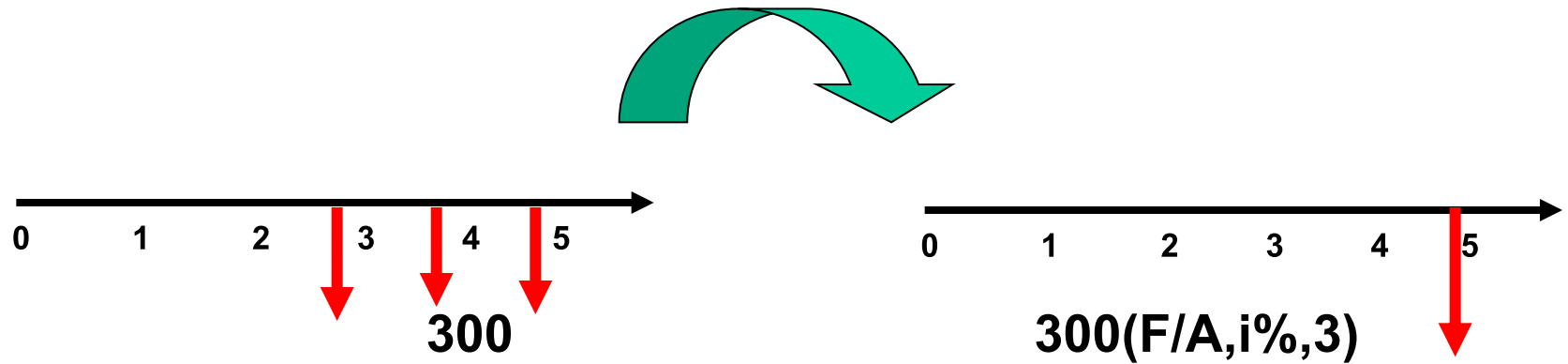
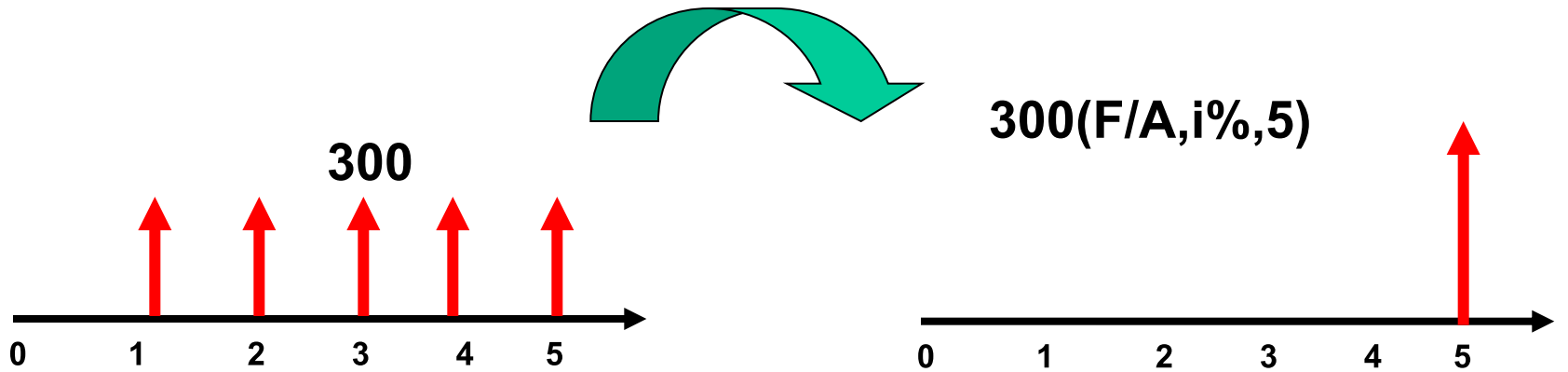
$$F = A(F/A, i\%, n)$$

ตัวอย่างที่ 10 จงหามูลค่าเทียบเท่า ณ ปัจจุบัน (PW)
กำหนดอัตราดอกเบี้ย 10% ต่อปี

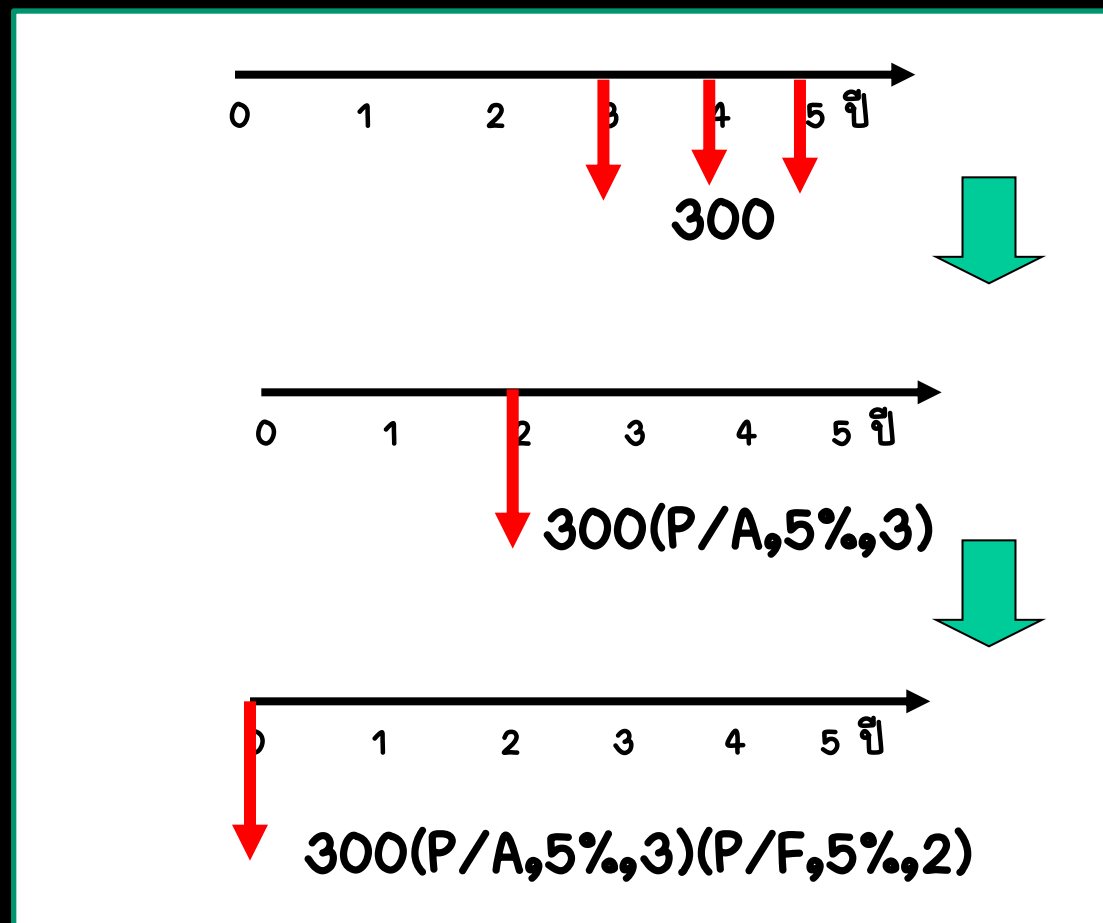


$$PW = 1,000(P/A, 10\%, 5) = 3,790.8$$





ตัวอย่างที่ 11 จงหา PW ; กำหนด $i = 5\%$ ต่อปี

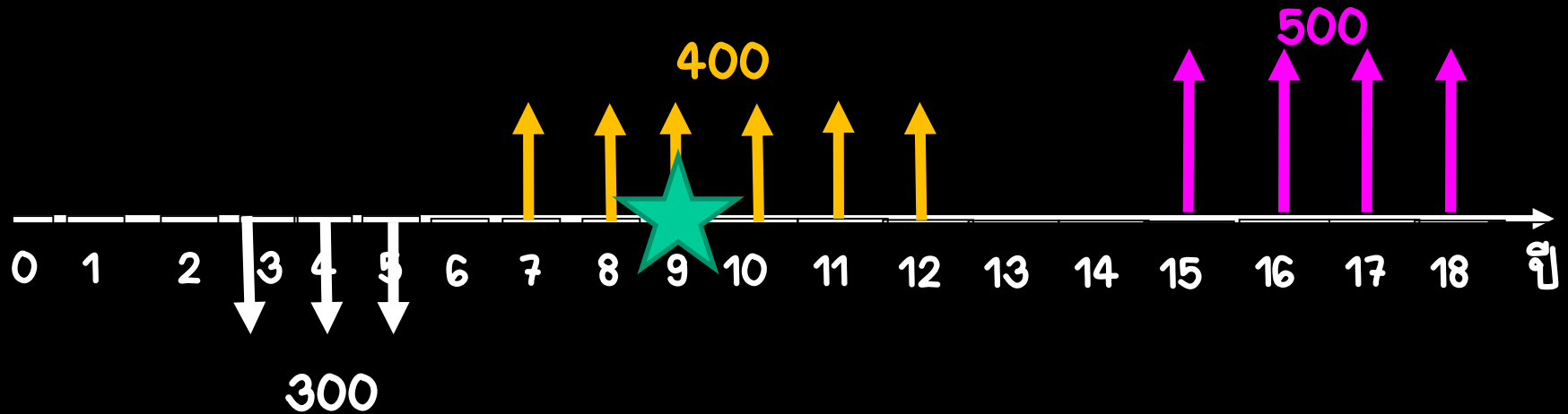


2.7232

0.90703

ดังนั้น $PW = -300(P/A, 5\%, 3)(P/F, 5\%, 2) = -741.007$

ตัวอย่างที่ 12 จงหา F_9 ; กำหนด $i = 5\%$ ต่อปี



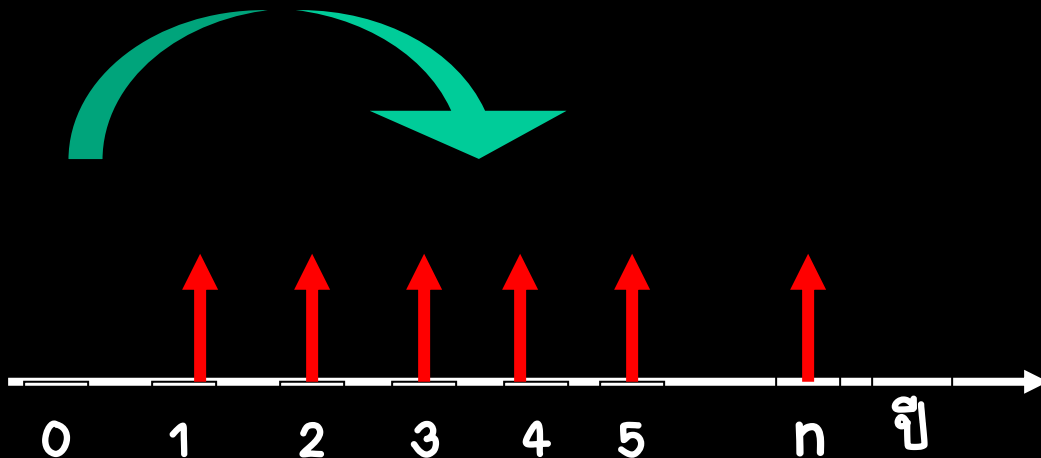
$$\begin{aligned}
 F_9 = & \overset{2.7232}{-300(P/A, 5\%, 3)} \overset{1.4071}{(F/P, 5\%, 7)} \\
 & \overset{5.0757}{+400(P/A, 5\%, 6)} \overset{1.1576}{(F/P, 5\%, 3)} \\
 & \overset{4.3101}{+500(F/A, 5\%, 4)} \overset{0.64461}{(P/F, 5\%, 9)} \\
 = & \mathbf{2,589.87}
 \end{aligned}$$

2.6 การคิดดอกเบี้ยแบบระบบง่ายเป็นอนุกรมเท่า ๆ กันทุกช่วงเวลา (Uniform Annual Series)

2.6.1 (1) หามูลค่าเทียบเท่ารายปี A ของเงิน P (A/P Factor)

การกระจายเงินก้อน P เป็นเงินชุด A

A กับ P ห่างกัน 1 ช่วง



สูตร

$$A = \frac{P[i(1+i)^n]}{(1+i)^n - 1}$$

เปิดตาราง

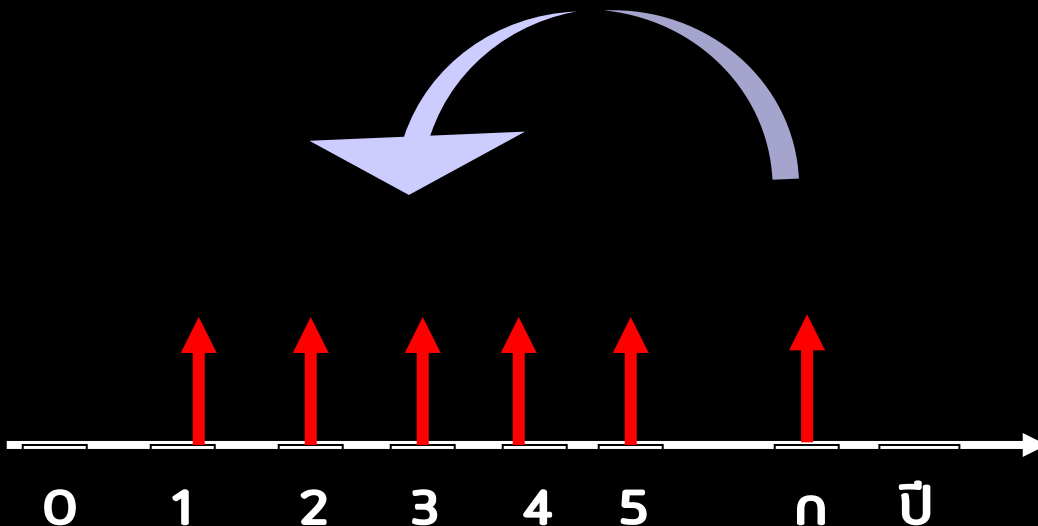
$$A = P(A/P, i\%, n)$$

2.6 การคิดดอกเบี้ยแบบระบบง่ายเป็นอนุกรมเท่า ๆ กันทุกช่วงเวลา (Uniform Annual Series)

2.6.4 หามูลค่าเทียบเท่ารายปี A ของเงิน F (A/P Factor)

การกระจายเงินก้อน F เป็นเงินชุด A

A กำนัลสุดทำยอยู่ตำแหน่งเดียวกับ F



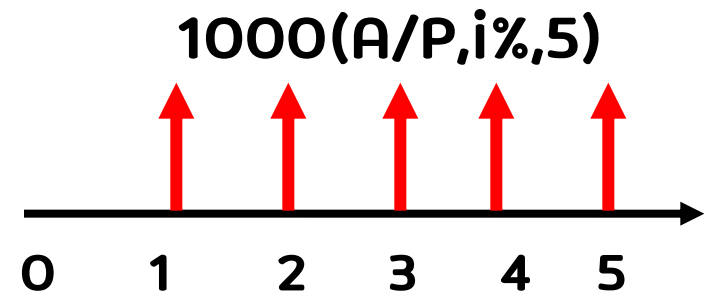
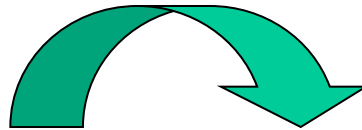
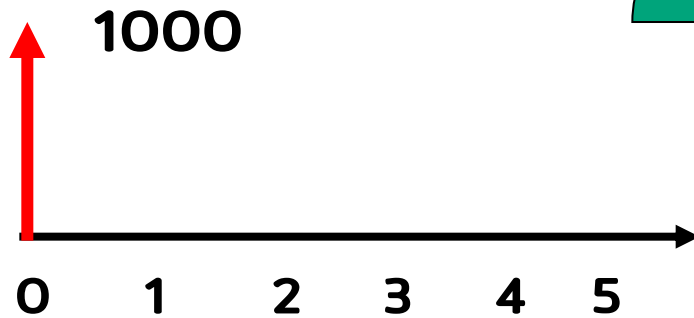
สูตร

$$A = F \frac{i}{[(1+i)^n - 1]}$$

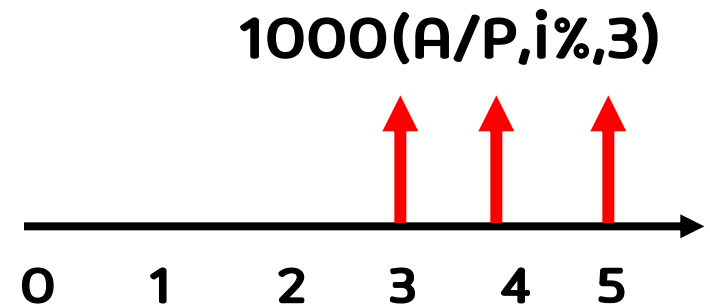
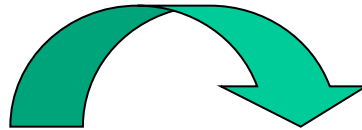
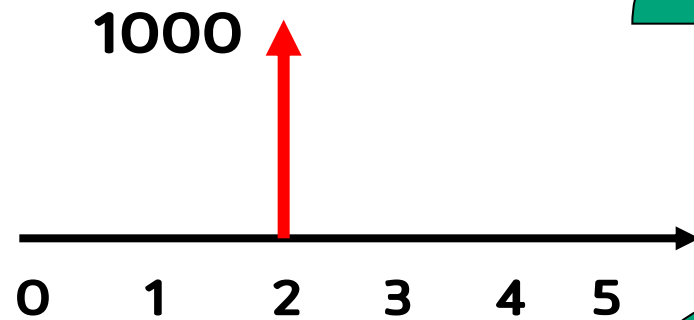
เปิดตาราง

$$A = F(A/F, i\%, n)$$

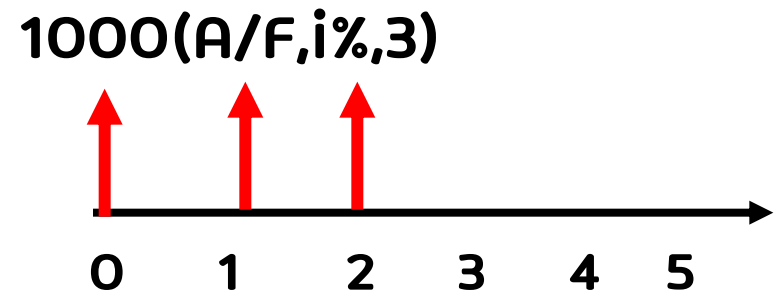
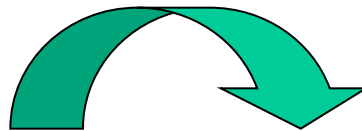
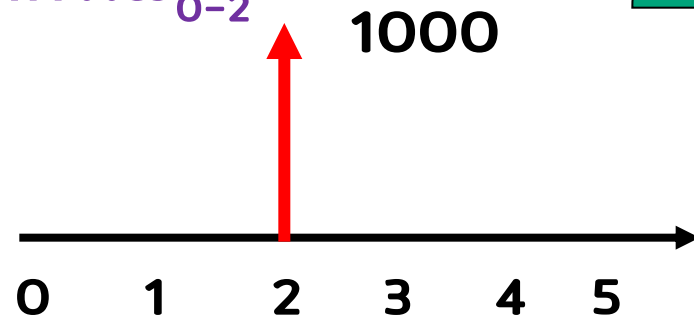
ทำ AW_{1-5}



ทำ AW_{3-5}

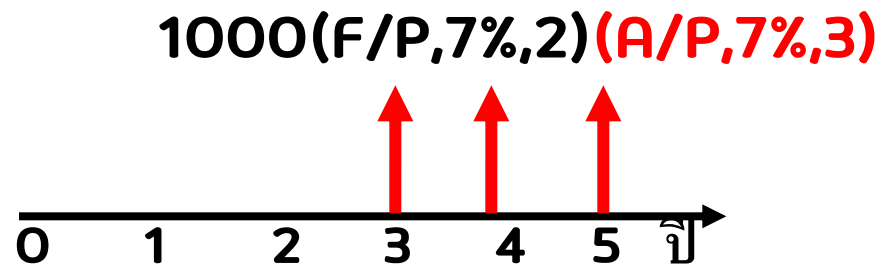
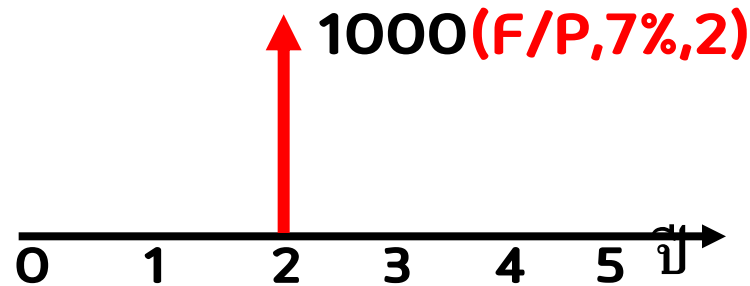
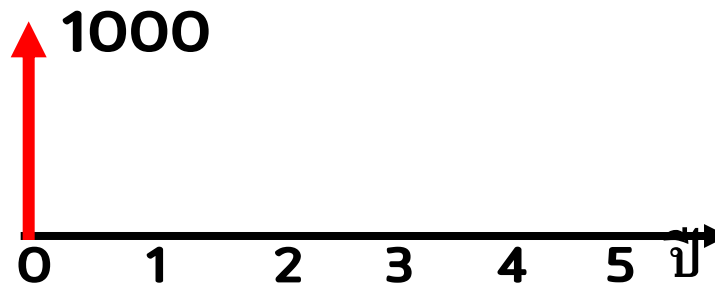


ทำ AW_{0-2}



หา AW_{3-5}

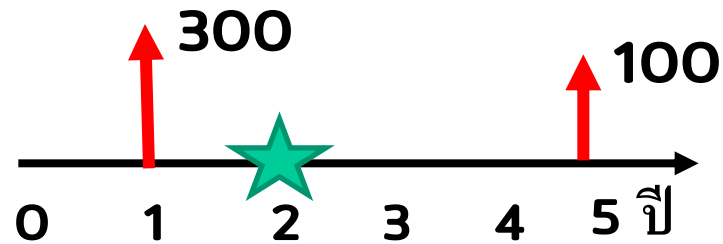
$i = 7\%$ ต่อปี



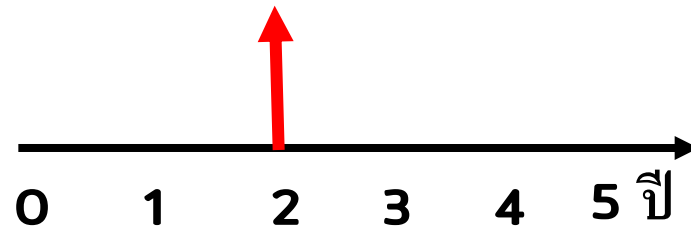
$$\text{ดังนั้น } AW_{3-5} = 1000 \overset{1.0700}{(F/P, 7\%, 1)} \overset{0.86384}{(A/P, 7\%, 3)} = 147.392$$

จงหา AW_{3-5}

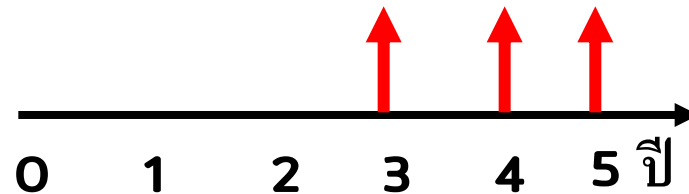
$i = 5\%$ ต่อปี



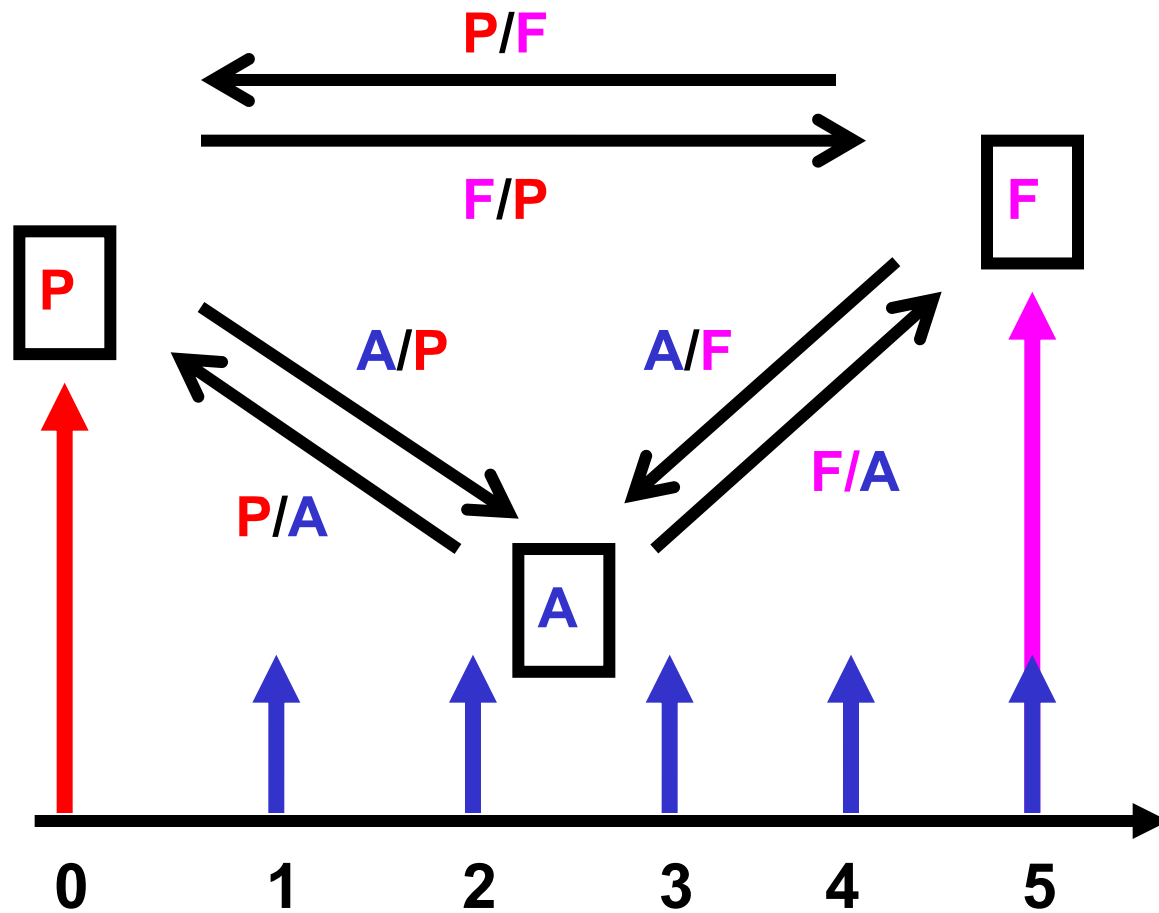
$$300(F/P, 5\%, 1) + 100(P/F, 5\%, 3)$$



$$[300(F/P, 5\%, 1) + 100(P/F, 5\%, 3)](A/P, 5\%, 3)$$



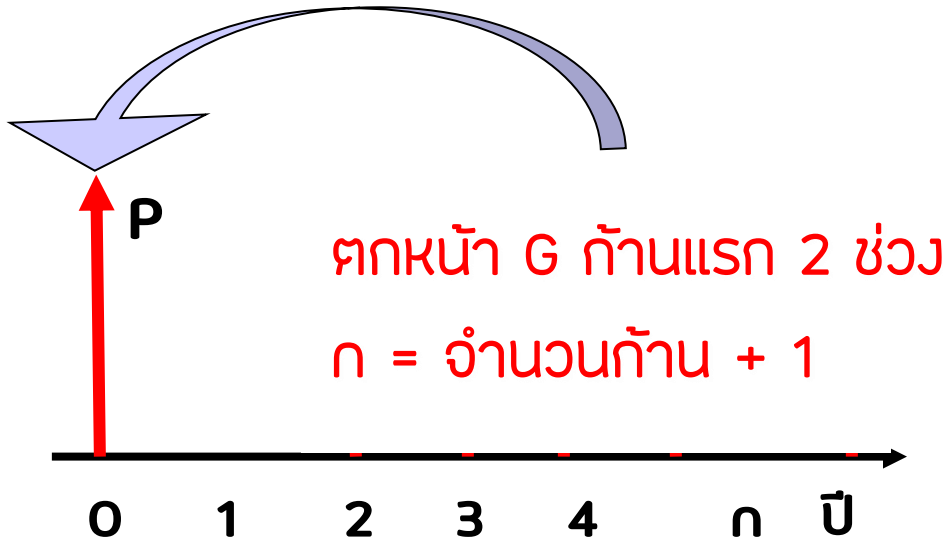
$$AW_{3-5} = [300(F/P, 5\%, 1) + 100(P/F, 5\%, 3)](A/P, 5\%, 3) = 147.392$$



2.7 การคิดดอกเบี้ยแบบระบบง่ายเป็นอนุกรมเท่ากันทุกช่วงเวลา (Uniform Annual Series)

2.7.1 หามูลค่าเทียบเท่าปัจจุบัน P ของเงิน G (P/G Factor)

การยืมเงินชุด G เป็นเงินก้อนเดียว P

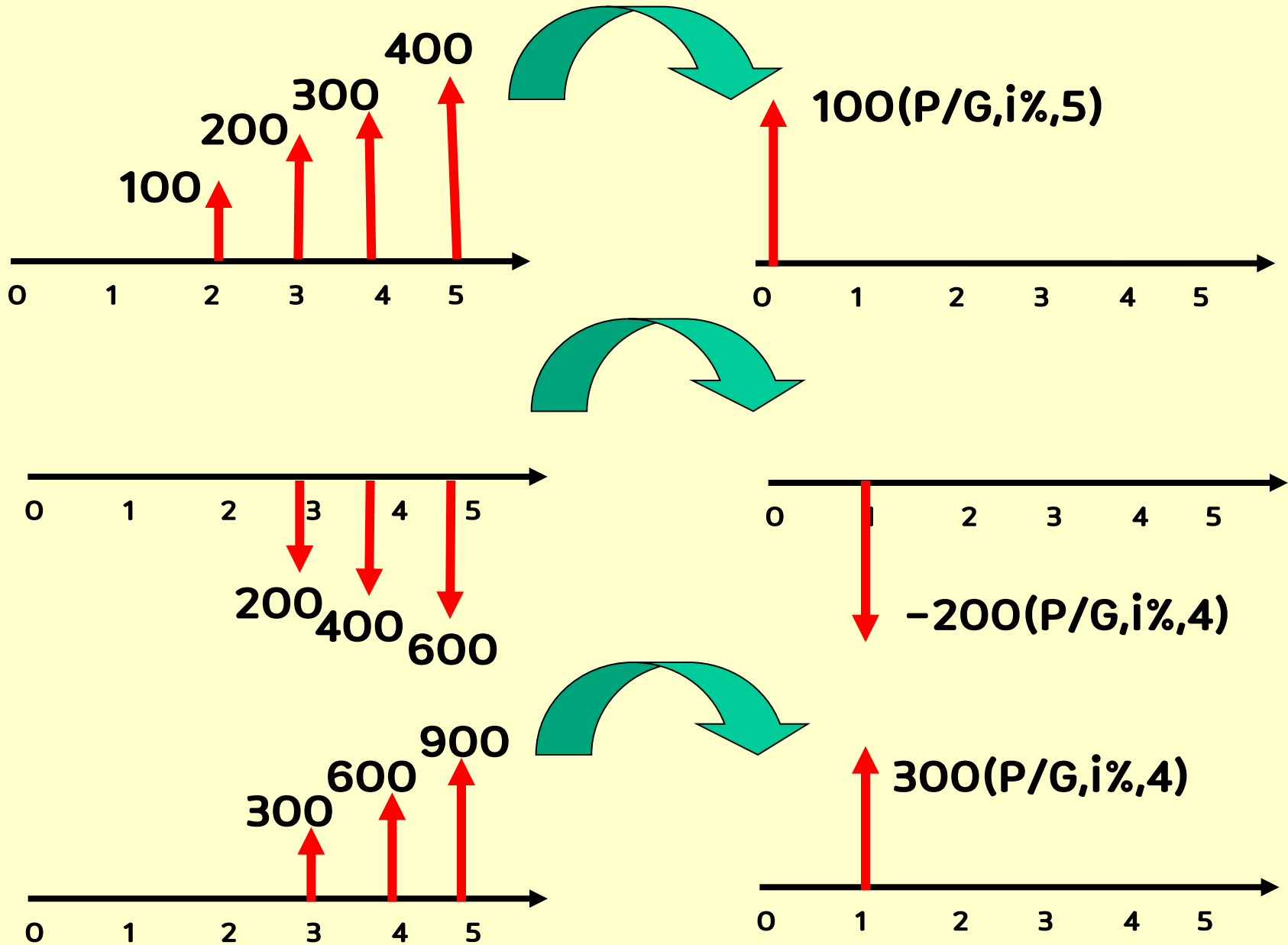


สูตร

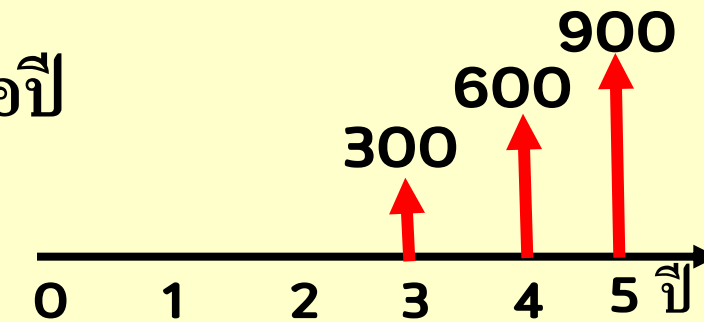
$$P = G \frac{[(1+i)^n - in - 1]}{i^2(1+i)^n}$$

เปิดตาราง

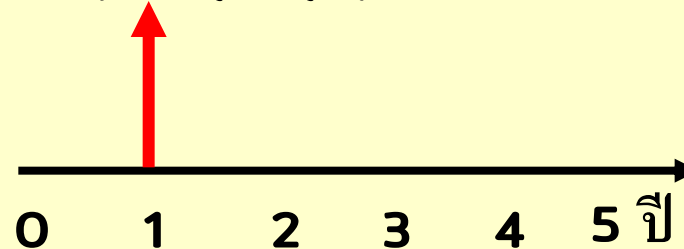
$$P = G(P/G, i\%, n)$$



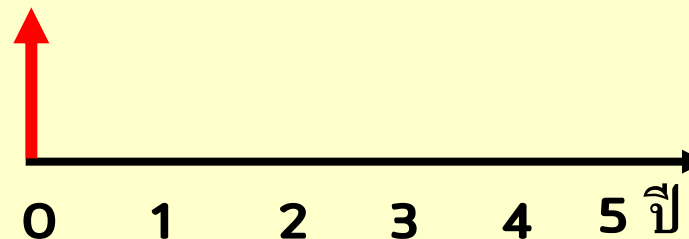
จงหา PW ; $i = 5\%$ ต่อปี



$$300(P/G, 5\%, 4)$$



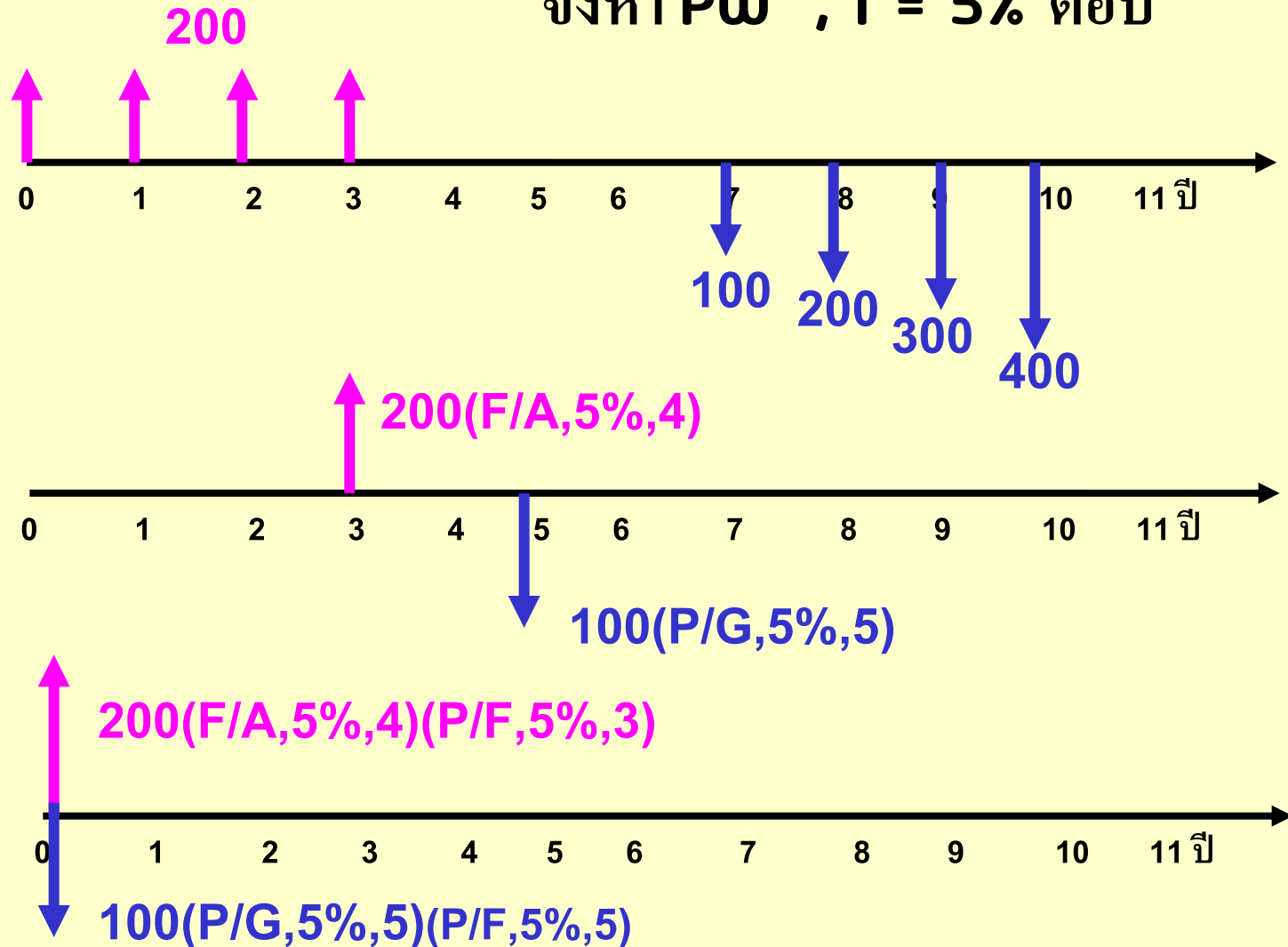
$$300(P/G, 5\%, 4)(P/F, 5\%, 1)$$



ดังนั้น $PW = 300(P/G, 5\%, 4)(P/F, 5\%, 1) = 1457.944$

(5.10281) (0.95238)

จงหา PW ; $i = 5\%$ ต่อปี



(4.31013)

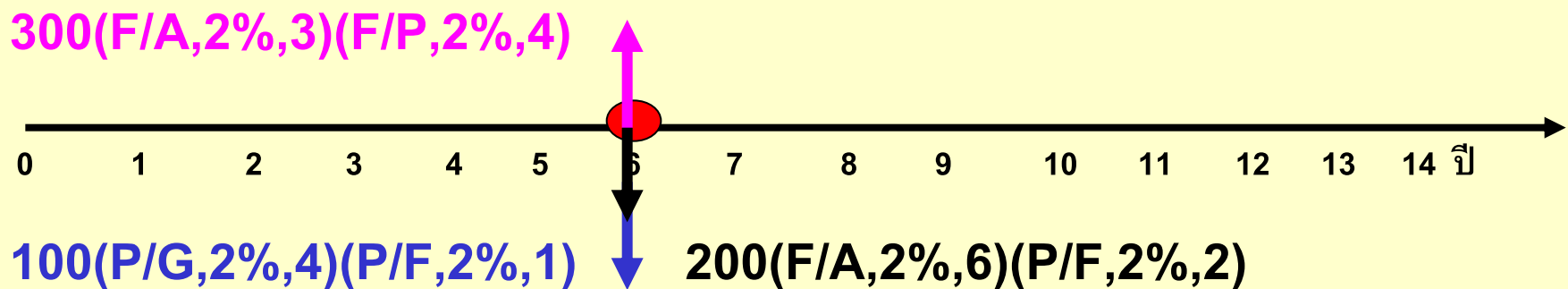
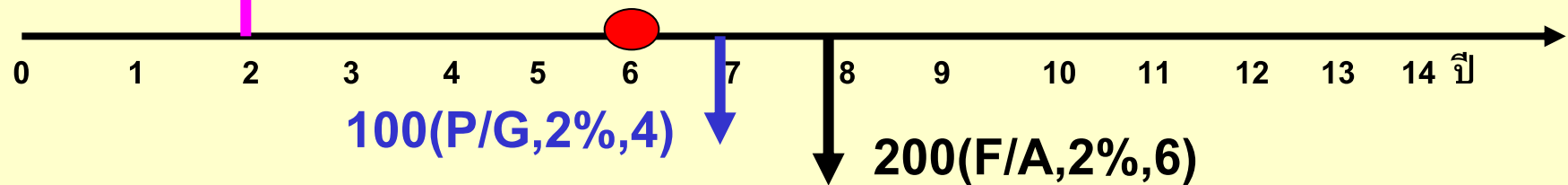
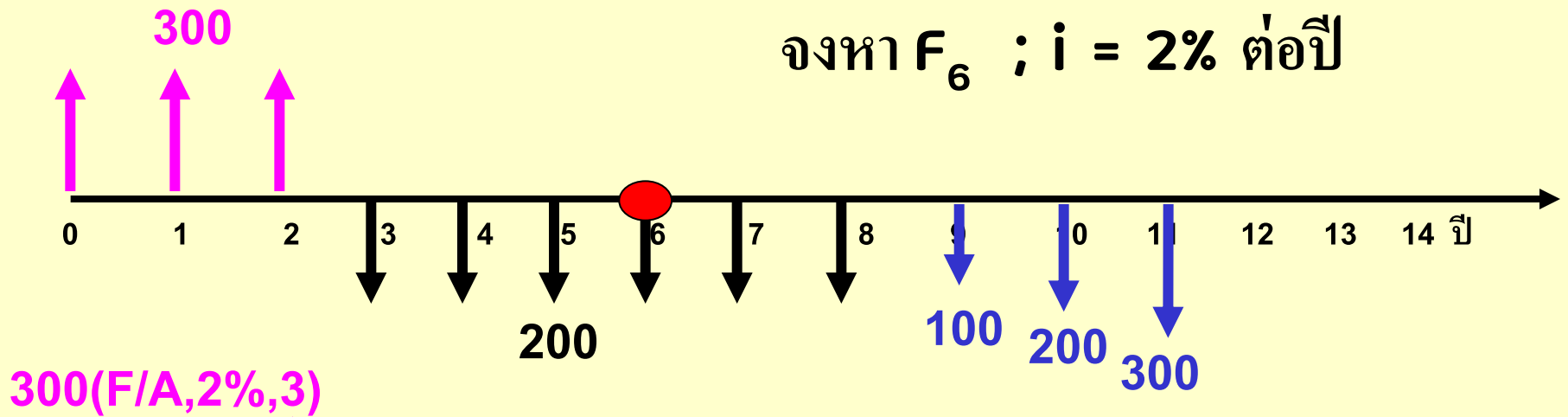
(0.86384)

(8.23692)

(0.78353)

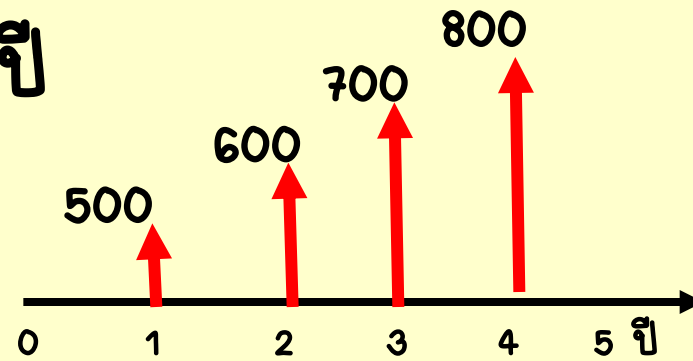
$$PW = 200(F/A, 5\%, 4)(P/F, 5\%, 3) - 100(P/G, 5\%, 5)(P/F, 5\%, 5) = 99.265$$

จงหา F_6 ; $i = 2\%$ ต่อปี

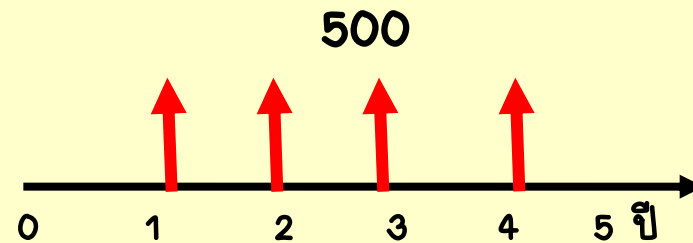


$$PW = 300(F/A,2\%,3)(F/P,2\%,4) - 200(F/A,2\%,6)(P/F,2\%,2) - 100(P/G,2\%,4)(P/F,2\%,1)$$

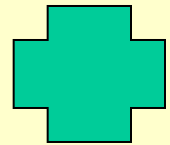
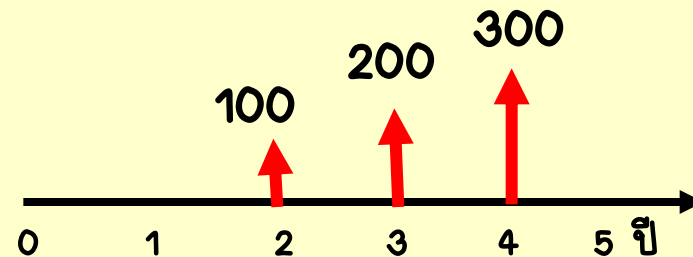
จงหา PW ; $i = 5\%$ ต่อปี



$$500(P/A, 5\%, 4)$$

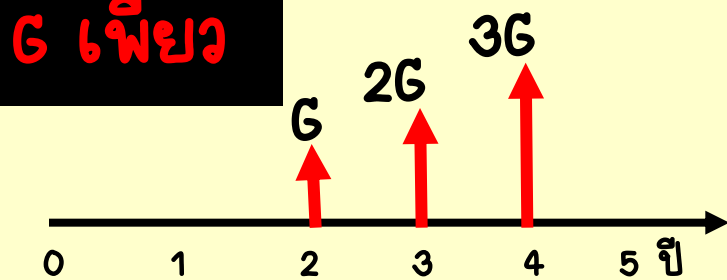


$$100(P/G, 5\%, 4)$$

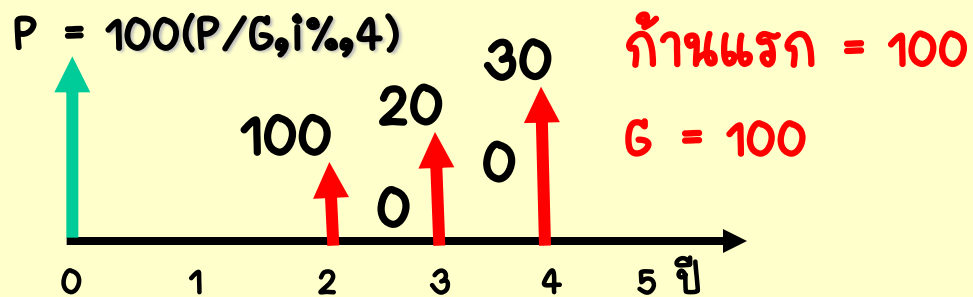


$$PW = 500(P/A, 5\%, 4) + 100(P/G, 5\%, 4)$$

G ง่ายๆ



$$P = 100(P/G, i\%, 4)$$



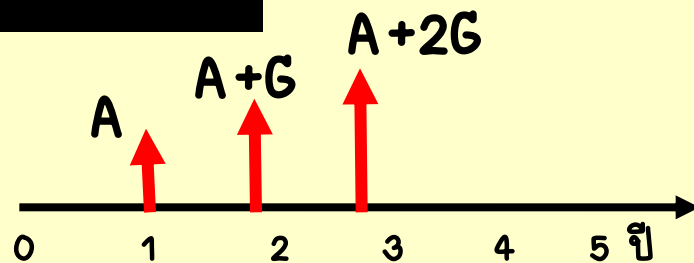
กําลังแรก เท่ากับ G

$$P = G(P/G, i\%, n)$$

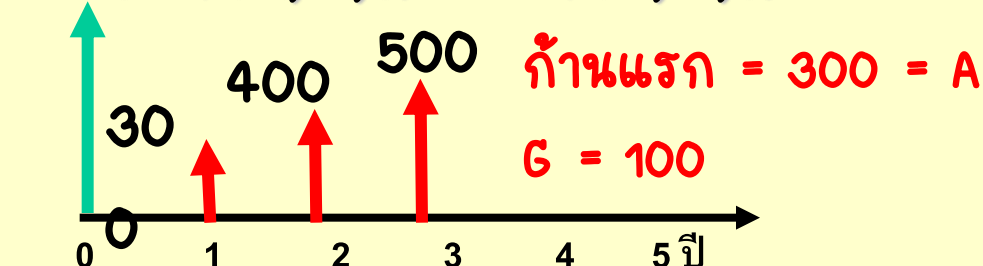
P ตกก่อนหน้ากําลังแรก 2 ช่วง

$n = \text{จำนวนกําลัง} + 1$

G ผสม A



$$P = 300(P/A, i\%, 3) + 100(P/G, i\%, 3)$$



กําลังแรก ไม่เท่ากับ G

$$P = [A(P/A, i\%, n) + G(P/G, i\%, n)]$$

P ตกก่อนหน้ากําลังแรก 1 ช่วง

$n = \text{จำนวนกําลัง}$



โยกดีลีลาเด็ด
คะแนhmaเต็มเม็ดเต็มหน่วย นะคะ