STATISTICS

2 พื้นฐานความน่าจะเป็น
Introduction to Probability

แซมเปิลสเปซ (SAMPLE SPACE)

เซ็ตของกลุ่มผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด จะเขียนแทนด้วย S

แซมเปิลสเปซของผลการแข่งขันเทนนิส S = {แพ้, ชนะ}

จำนวนสมาชิก $N_S = 2$

แซมเปิลสเปซของการโยนเหรียญ S = {หัว, ก้อย}

จำนวนสมาชิก $N_S = 2$

แซมเปิลสเปซของแต้มจากการโยนลูกเต๋า S = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6}

จำนวนสมาชิก $N_S = 6$

เหตุการณ์ (EVENT)

กลุ่มของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น ***ที่เราสนใจ*** ใน Sample Space

<u>ตัวอย่าง</u> โยนลูกเต๋า 1 ลูก $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

จำนวนสมาชิก $N_S = 6$

A คือ เซ็ตของเหตุการณ์ของการเกิดแต้มมากกว่า 3 แต้ม

จะได้ $A = \{4, 5, 6\}$

จำนวนสมาชิก $N_A = 3$

เหตุการณ์ (EVENT)

กลุ่มของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น ***ที่เราสนใจ*** ใน Sample Space

<u>ตัวอย่าง</u> ครอบครัวหนึ่งวางแผนมีบุตร 2 คน S = {ชช , ชญ , ญช , ญญ}

จำนวนสมาชิก $N_S = 4$

B คือ เซ็ตของเหตุการณ์ที่ครอบครัวนี้มีบุตรชายอย่างน้อย 1 คน

จะได้ B = {ชช , ชญ , ญช}

จำนวนสมาชิก $N_B = 3$

ความน่าจะเป็น

$$P(A) = \frac{n_A}{N_S}$$

จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์ที่เราสนใจ

จำนวนสมาชิกทั้งหมดใน Sample space

โยนลูกเต๋า 2 ลูก พร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมเท่ากับ 2 แต้ม

จำนวน Sample space = 36

จำนวนเหตุการณ์ (บวกได้ 2) = 1

$$P(A) = \frac{n_A}{N_S} = \frac{1}{36}$$

ความน่าจะเป็น

$$P(A) = \frac{n_A}{N_S}$$

จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์ที่เราสนใจ

จำนวนสมาชิกทั้งหมดใน Sample space

ในห้อง ๆ หนึ่งมีนิสิตผู้ชาย 26 คน นิสิตผู้หญิง 30 คน

ถ้าสุ่มนิสิต 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ผู้ชาย

$$P(A) = \frac{n_A}{N_S} = \frac{26}{56}$$

สมบัติบางประการของความน่าจะเป็น

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. $P(A) = 1 - P(A')$
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
4. $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$

   $- P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

P(ยิงเข้าสีแดง) = 0.9

ถ้ายิงปืน 2 นัด แต่ละนัดอิสระต่อกัน

ความน่าจะเป็นที่จะเข้าสีแดงทั้ง 2 นัด

$P(A1 \cap A2) = P(A1)P(A2)$

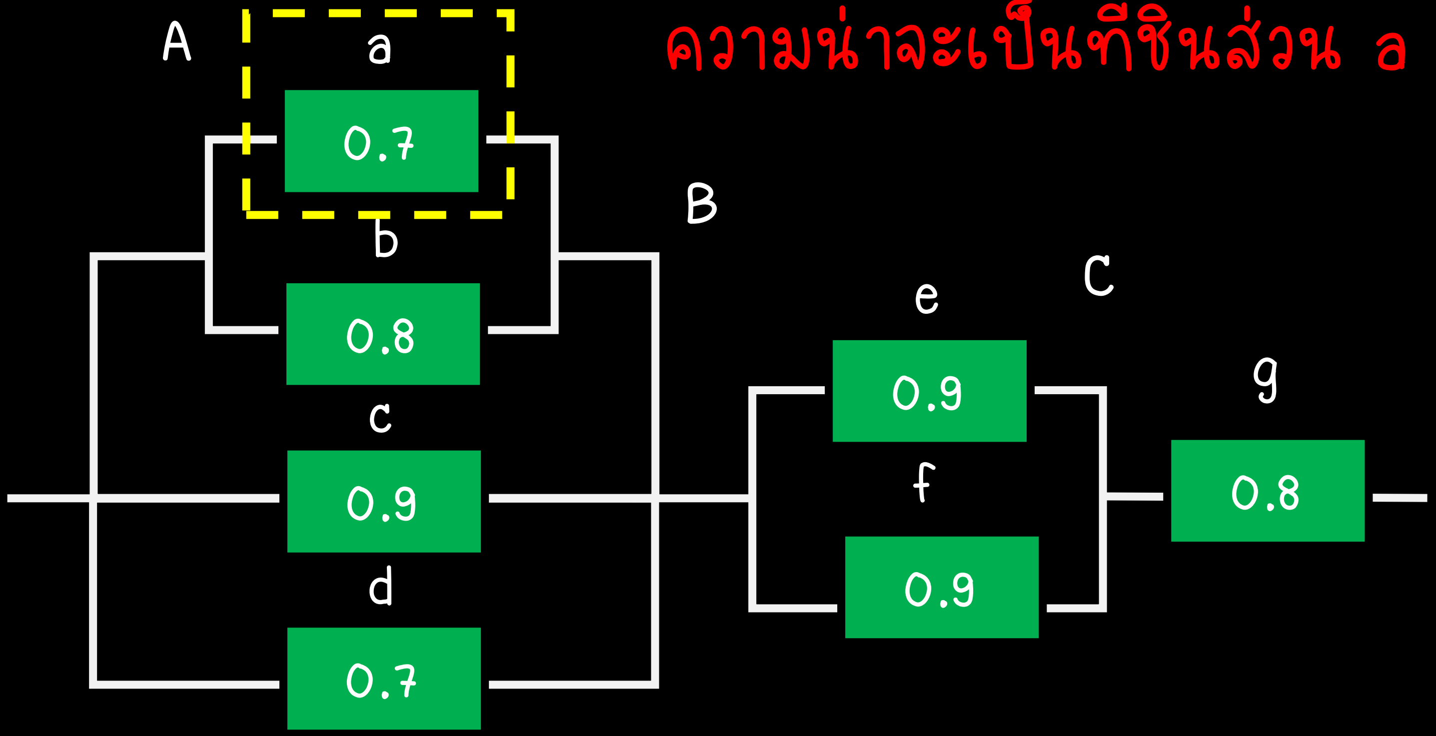
$= 0.9 \times 0.9 = 0.81$

5. กรณี A B **เป็นอิสระต่อกัน** $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

6. กรณี A B C **เป็นอิสระต่อกัน** $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$

ความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน

ชิ้นส่วน a

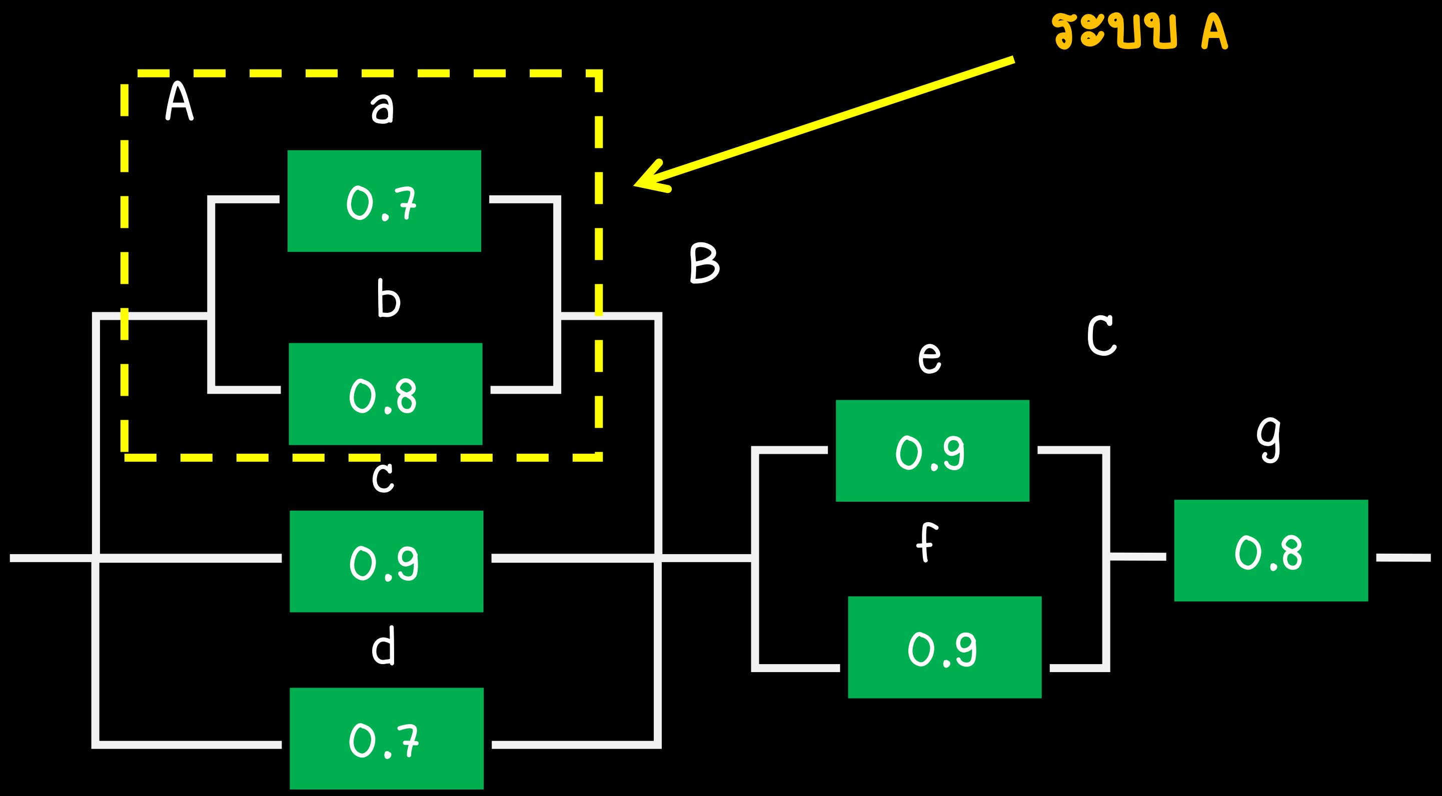


ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วน a ทำงาน = 0.7 หรือ P(a) =0.7

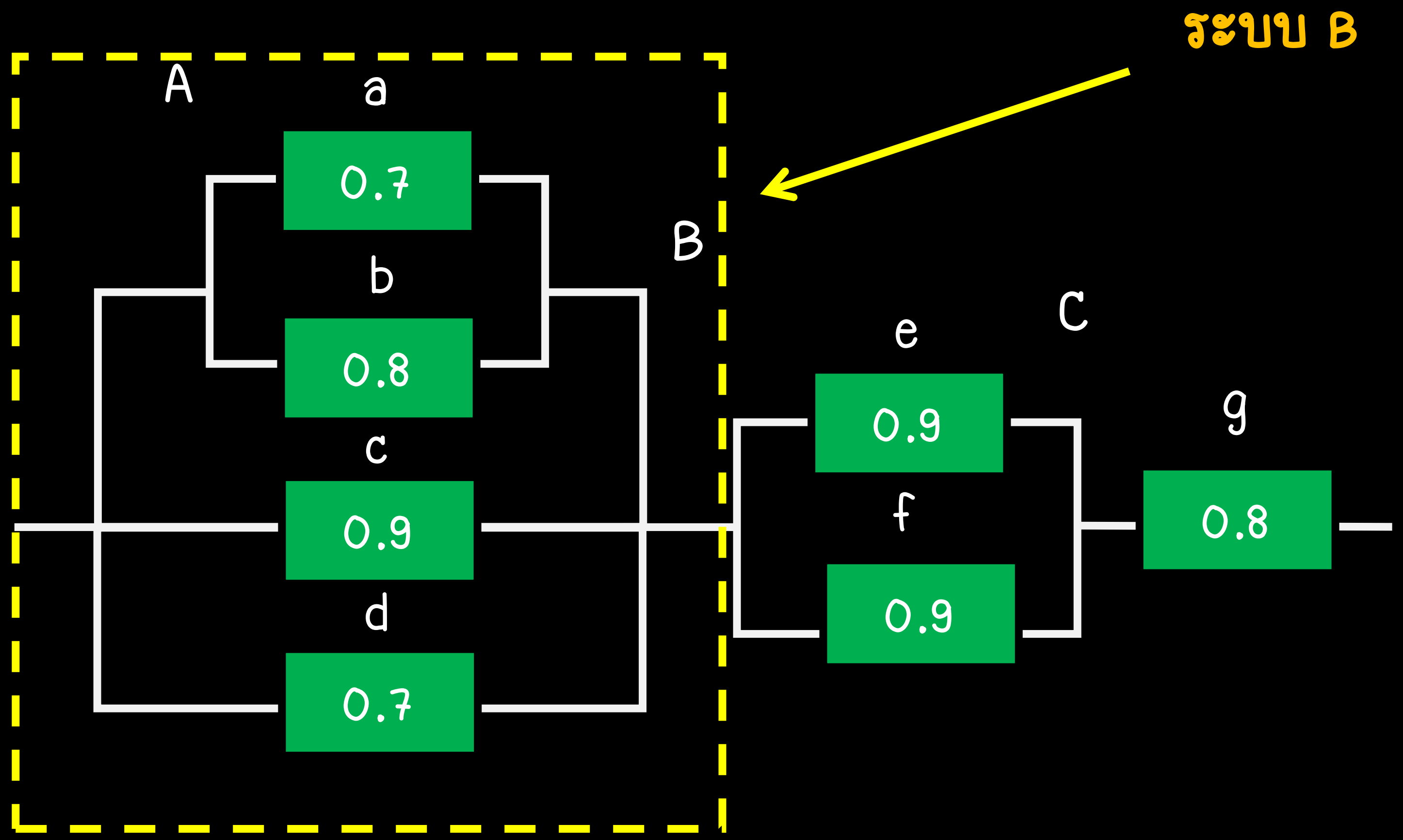
ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วน a ไม่ทำงาน = 1-0.7 = 0.3

หรือ P(a') = 0.3

ความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน



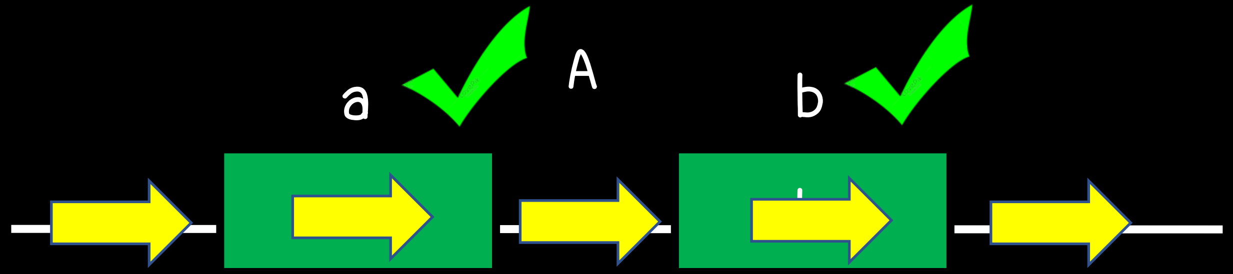
ความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน



การคำนวณความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน ต่อแบบอนุกรม

กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วนจะทำงาน

และชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเป็นอิสระต่อกัน

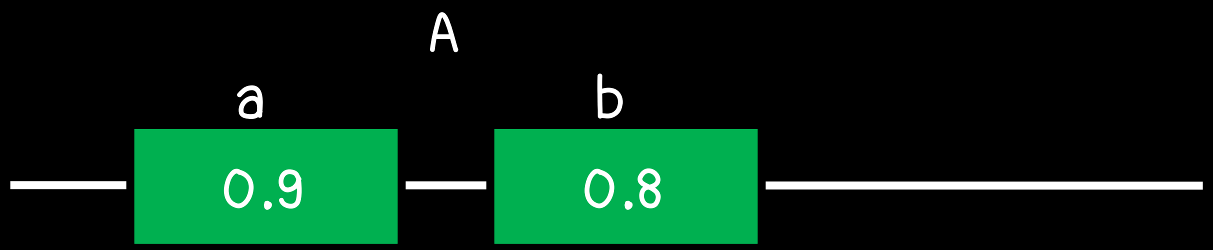


P(ระบบ A ทำงาน) = P(a ทำงาน และ b ทำงาน)

$$P(A) = P(a \cap b)$$

ชิ้นส่วนเป็นอิสระต่อกัน $\boxed{P(A) = P(a)P(b)}$

ตัวอย่าง จงหาความน่าจะเป็นที่ระบบทำงาน

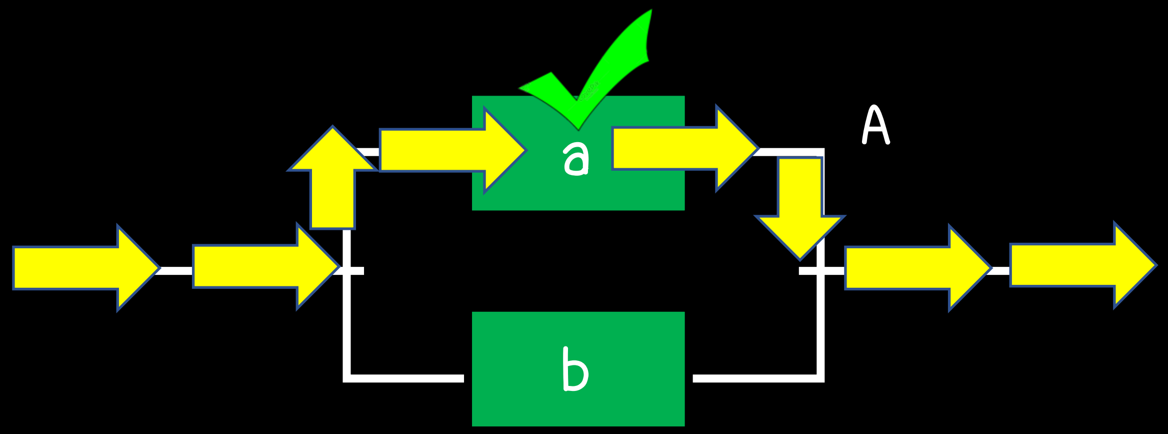


กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วนจะทำงาน

และชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเป็นอิสระต่อกัน

$$P(A) = P(a \cap b) = P(a)P(b) = (0.9)(0.8) = \mathbf{0.72}$$

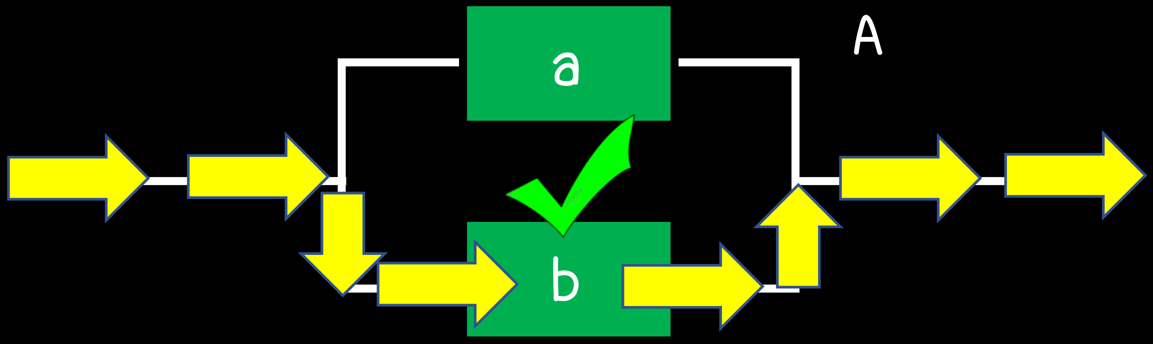
การคำนวณความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน ต่อแบบขนาน



กำหนดให้ตัวเลขใน ▇ คือ ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วนจะทำงาน และชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเป็นอิสระต่อกัน

P(ระบบ A ทำงาน) = **P(a ทำงาน**

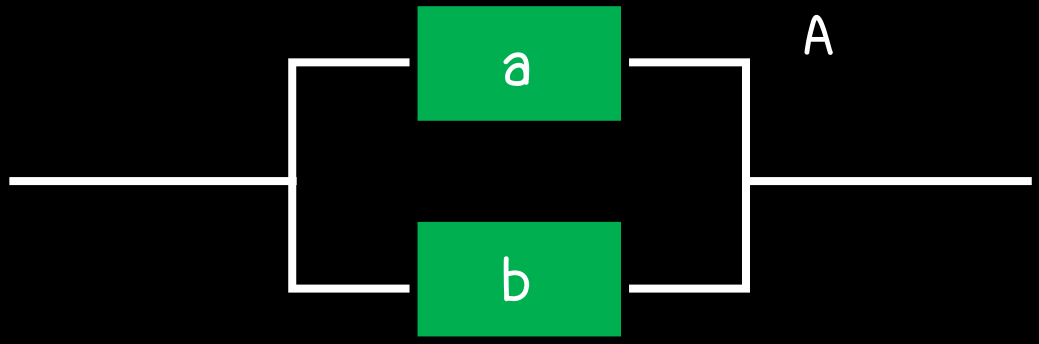
การคำนวณความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน ต่อแบบขนาน



กำหนดให้ตัวเลขใน  คือ ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วนจะทำงาน และชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเป็นอิสระต่อกัน

P(ระบบ A ทำงาน) = P(a ทำงาน หรือ b ทำงาน)

การคำนวณความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน ต่อแบบขนาน

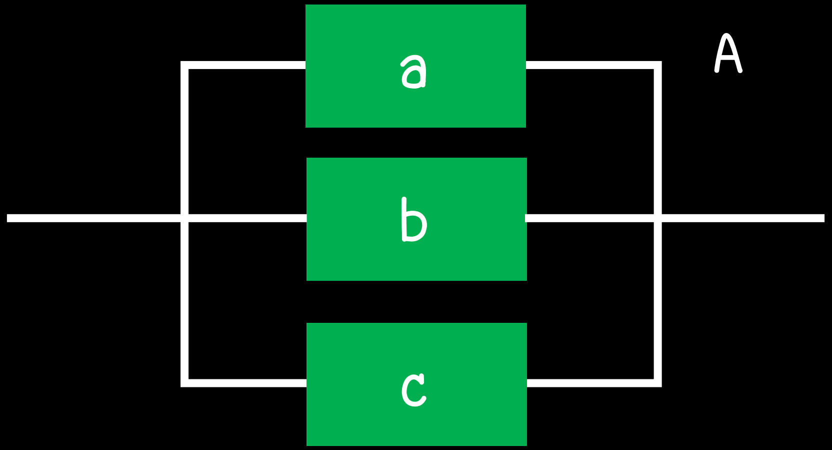


กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วนจะทำงาน
และชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเป็นอิสระต่อกัน

P(ระบบ A ทำงาน) = P(a ทำงาน หรือ b ทำงาน)

$$P(A) = P(a \cup b)$$

$$\boxed{P(A) = P(a) + P(b) - P(a)P(b)}$$



กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วนจะทำงาน และชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเป็นอิสระต่อกัน

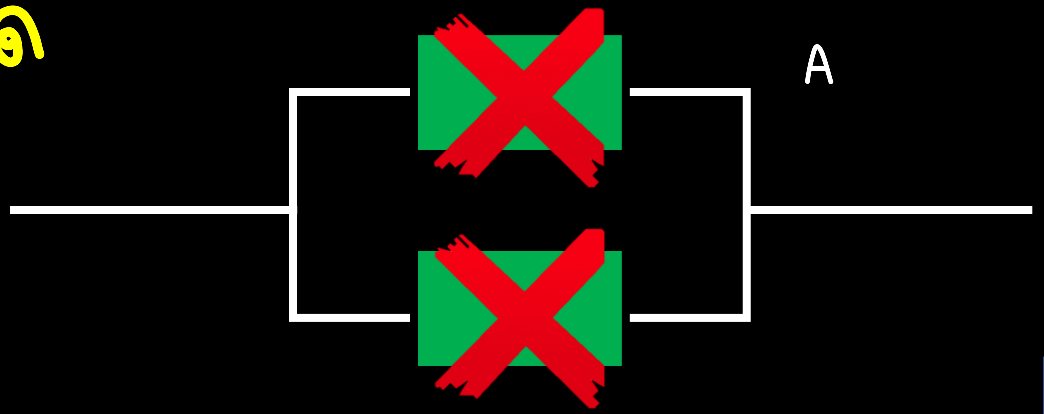
P(ระบบ A ทำงาน) = P(a ทำงาน หรือ b ทำงานหรือ c ทำงาน)

$$P(A) = P(a \cup b \cup c)$$

$$P(A) = P(a) + P(b) + P(c) - P(a)P(b) - P(a)P(c) - P(b)P(c) + P(a)P(b)P(c)$$

การคำนวณความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงาน ต่อแบบขนาน

คิดวีธีลัด



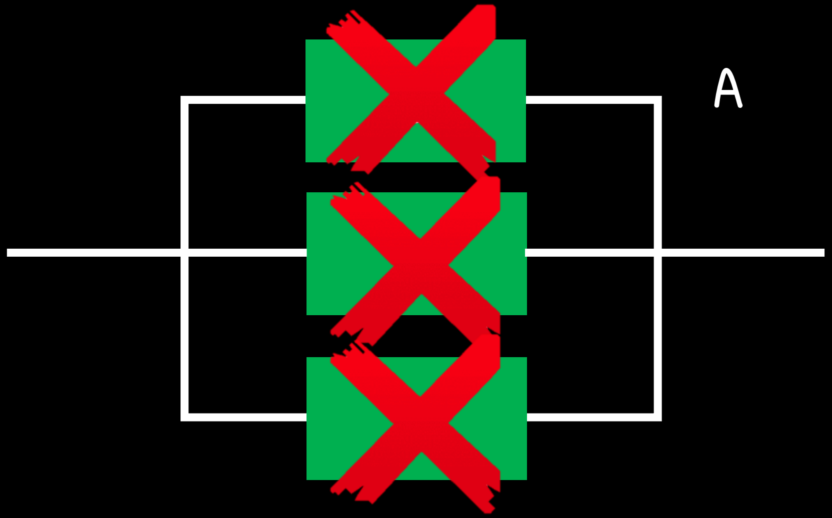
จาก P(A) = 1 – P(A')

P(A) = 1 – P(a')P(b')

P(ระบบ A ทำงาน) = 1 – P(A ไม่ทำงาน)

= 1 – P(a ไม่ทำงาน และ b ไม่ทำงาน)

$= 1 - P(A') = 1 - P(a' \cap b')$ $= 1 - P(A') = 1 - P(a')P(b')$



กำหนดให้ตัวเลขใน คือ ความน่าจะเป็นที่ชิ้นส่วนจะทำงาน
และชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเป็นอิสระต่อกัน

$$P(A) = 1 - P(a')P(b')P(c')$$

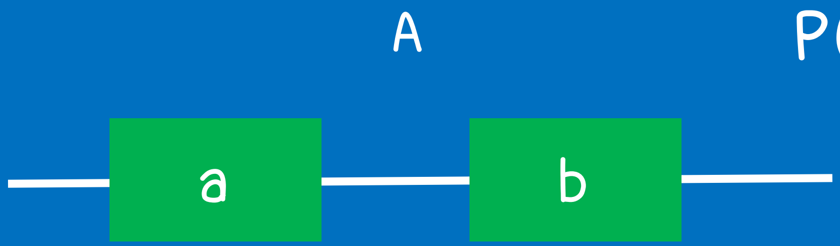
P(ระบบ A ทำงาน) = 1 – P(A ไม่ทำงาน)

= 1 – P(a ไม่ทำงาน และ b ไม่ทำงาน และ c ไม่ทำงาน)

$= 1 - P(A') = 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(A') = 1 - P(a')P(b')P(c')$

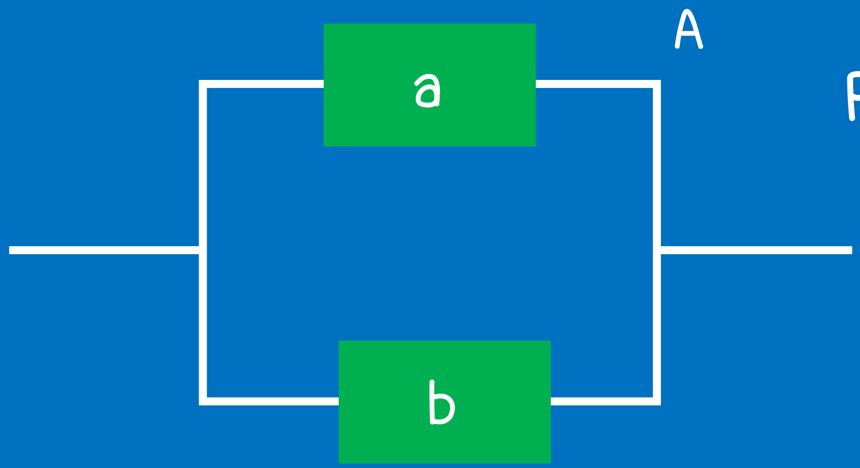
สรุป

ต่อแบบอนุกรม

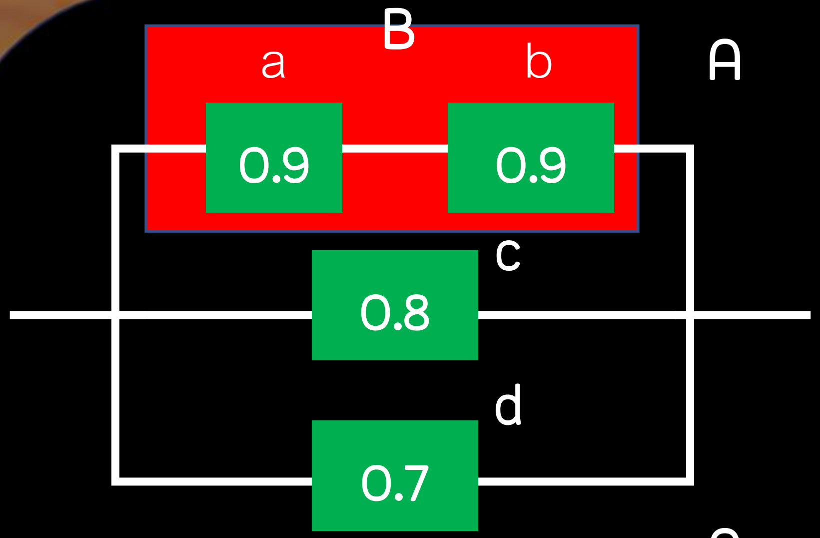


$$P(A) = P(a \cap b) = P(a)P(b)$$

ต่อแบบขนาน

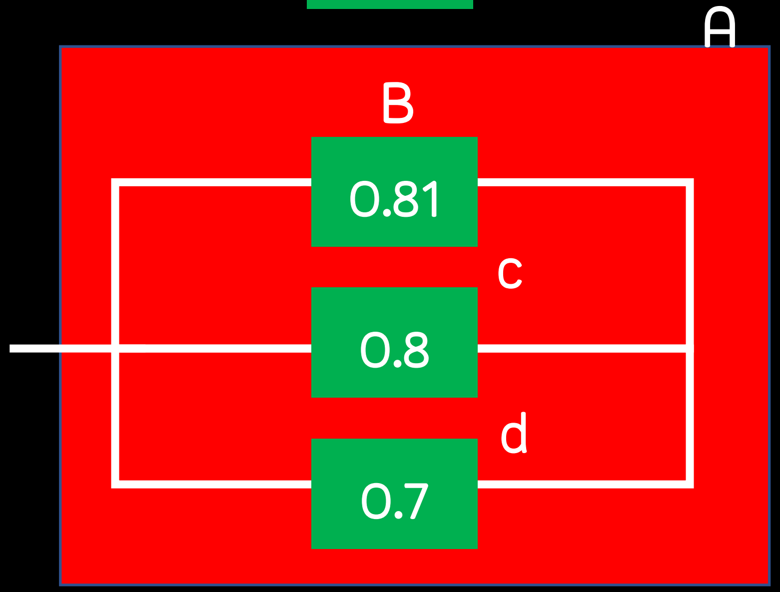


$$P(A) = 1 - P(A')$$
$$= 1 - P(a' \cap b')$$
$$= 1 - P(a')P(b')$$



ตัวอย่าง

$$P(B) = P(a \cap b) = 0.9 \times 0.9 = 0.81$$



$$P(A) = 1 - P(A')$$

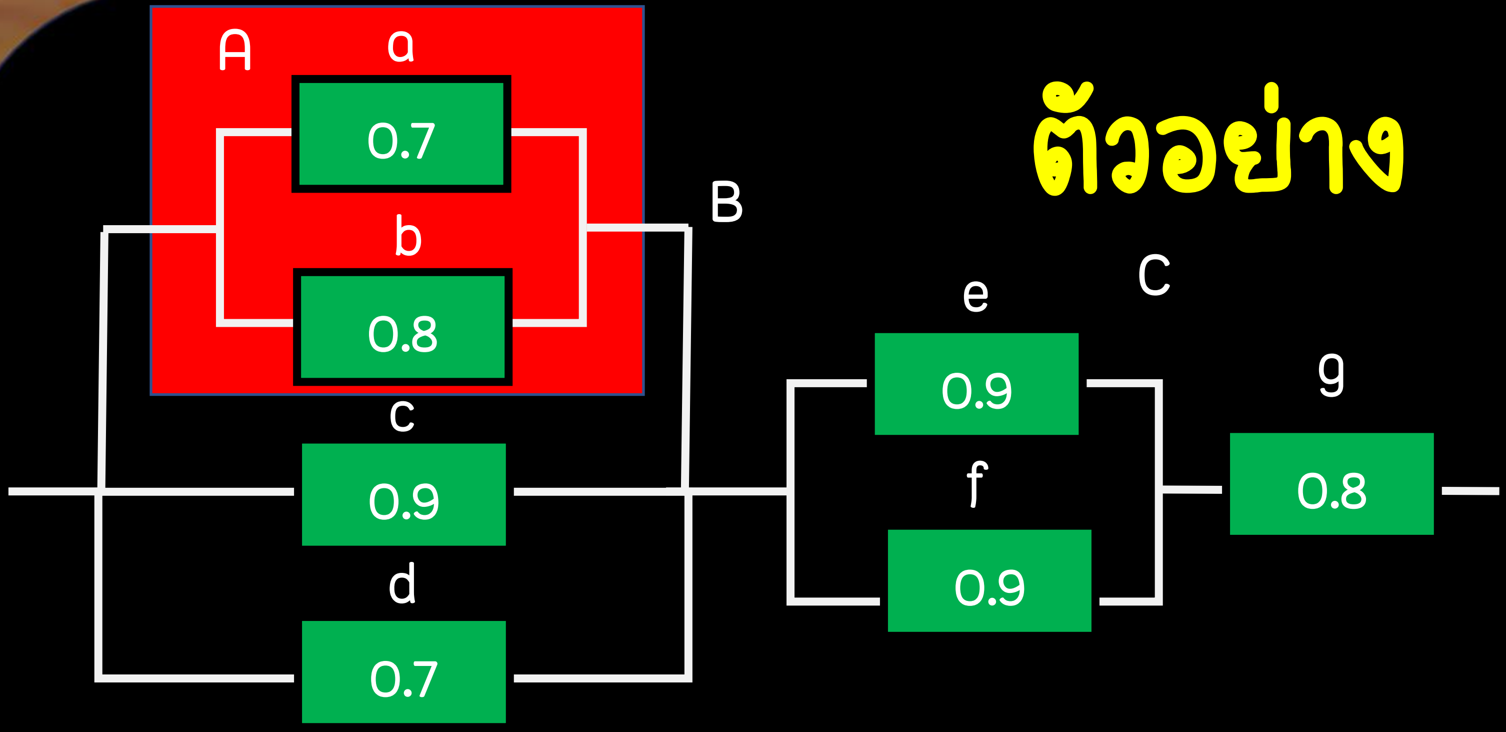
$$= 1 - P(B' \cap c' \cap d')$$

$$= 1 - (0.19 \times 0.2 \times 0.3)$$

$$= 0.9886$$

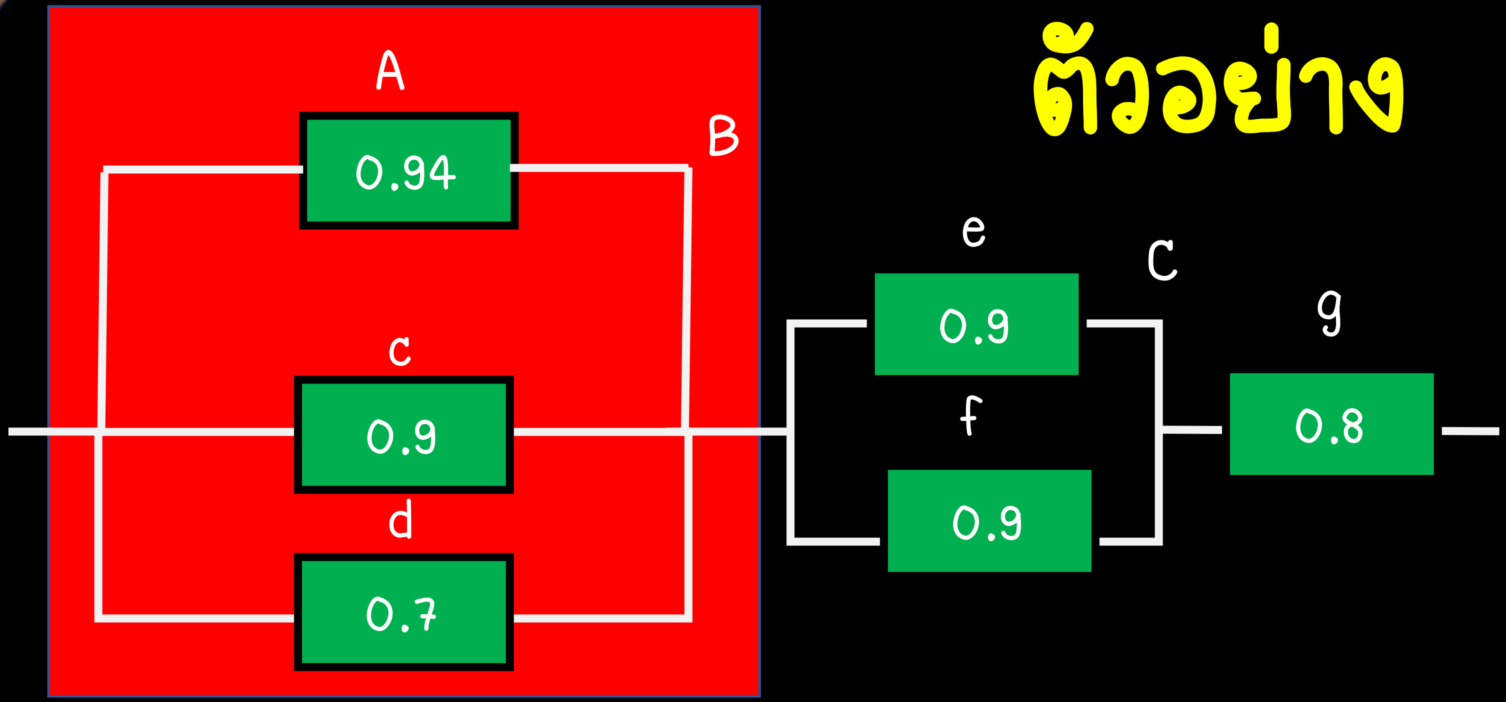
ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ระบบจะทำงานเท่ากับ = 0.9886 หรือ 98.86%

ตัวอย่าง



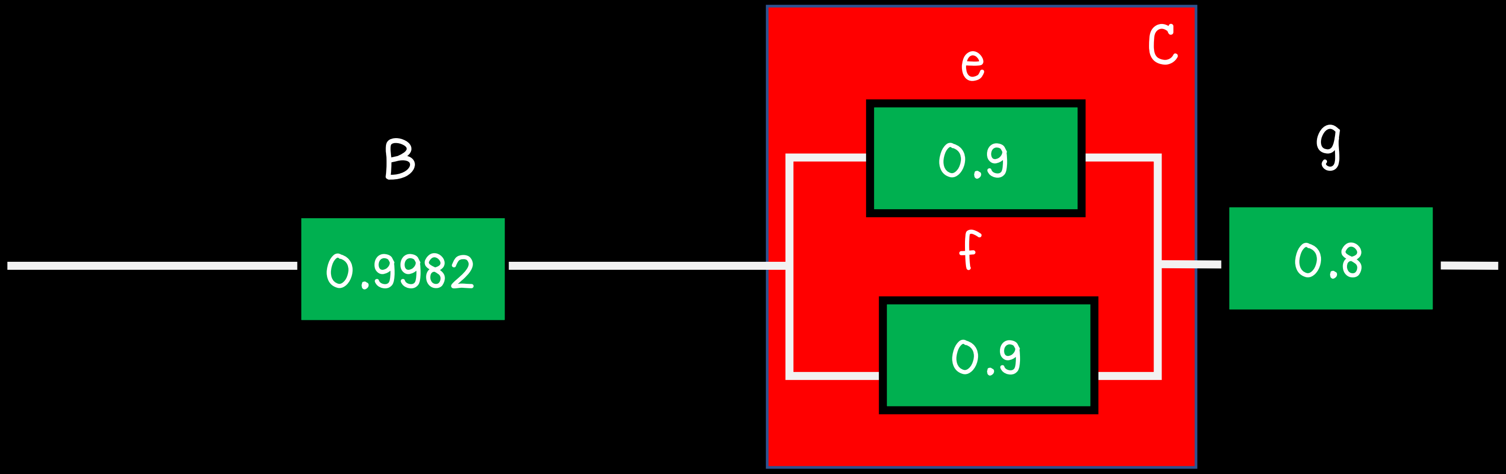
$$P(A) = 1 - P(a' \cap b') = 1 - (0.3 \times 0.2) = 0.94$$

ตัวอย่าง



$P(A) = 1 - P(a' \cap b') = 1 - (0.3 \times 0.2) = 0.94$

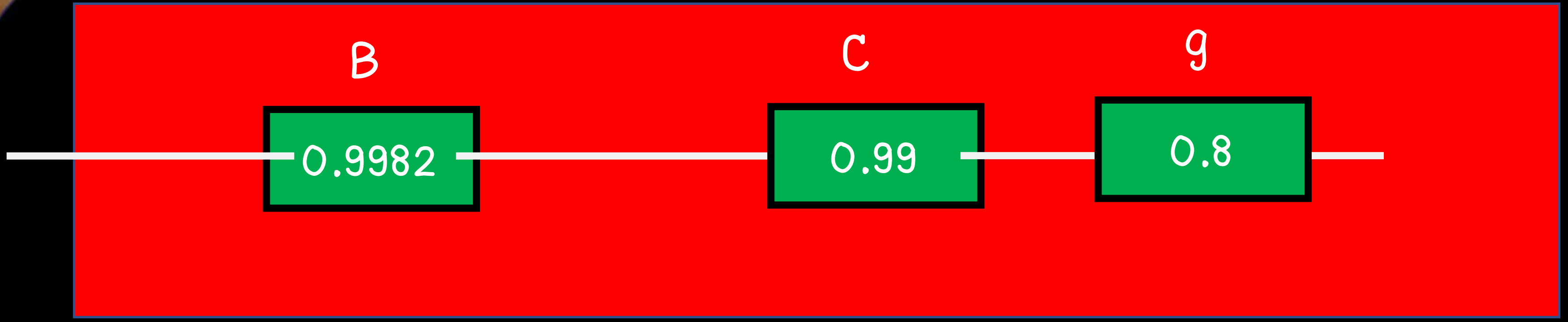
$P(B) = 1 - P(A' \cap c' \cap d') = 1 - (0.06 \times 0.1 \times 0.3) = 0.9982$



$P(A) = 1 - P(a' \cap b') = 1 - (0.3 \times 0.2) = 0.94$

$P(B) = 1 - P(A' \cap c' \cap d') = 1 - (0.06 \times 0.1 \times 0.3) = 0.9982$

$P(C) = 1 - P(e' \cap f') = 1 - (0.1 \times 0.1) = 0.99$



$P(A) = 1 - P(a' \cap b') = 1 - (0.3 \times 0.2) = 0.94$

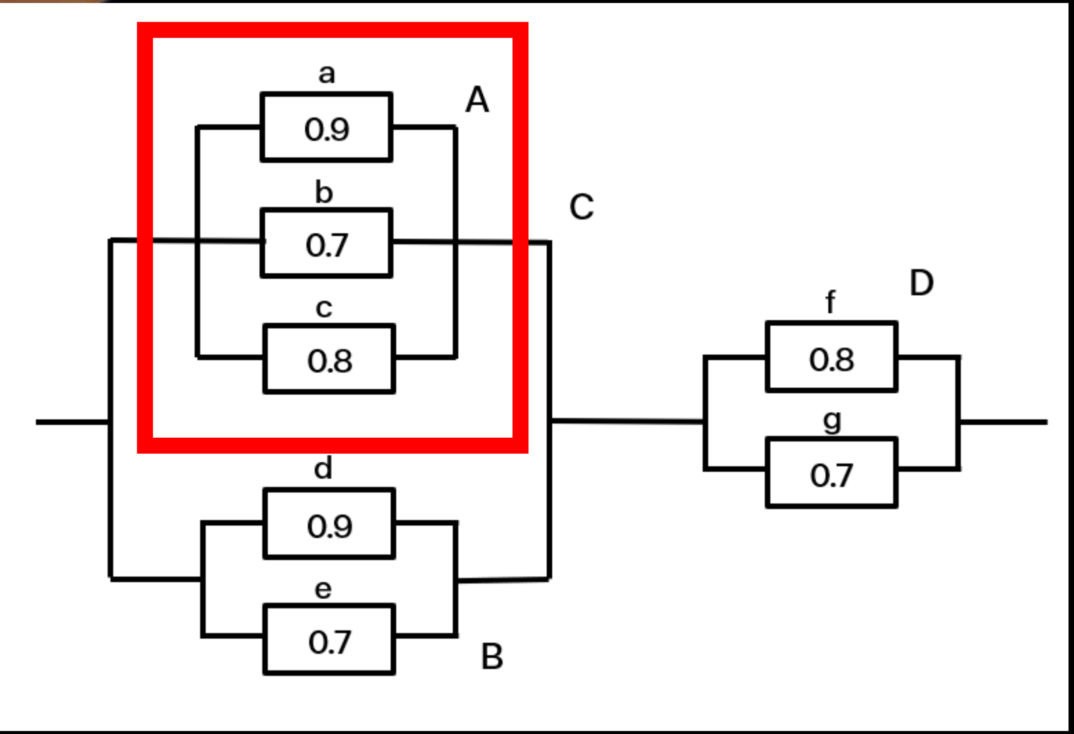
$P(B) = 1 - P(A' \cap c' \cap d') = 1 - (0.06 \times 0.1 \times 0.3) = 0.9982$

$P(C) = 1 - P(e' \cap f') = 1 - (0.1 \times 0.1) = 0.99$

$P(\text{ระบบทำงาน}) = P(B \cap C \cap g) = 0.9982 \times 0.99 \times 0.8 = 0.79057$

ดังนั้น ระบบทำงานด้วยความน่าจะเป็น 0.79057 หรือ 79.057%

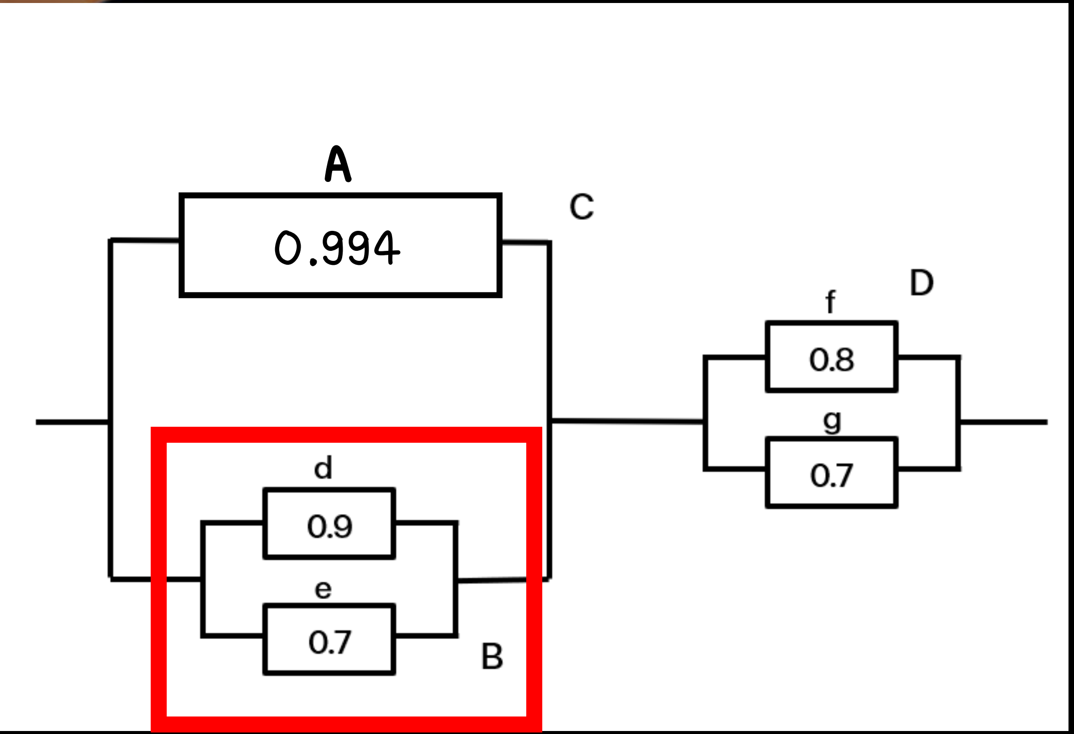
ตัวอย่าง



$$P(A) = 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c')$$

$$= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994$$

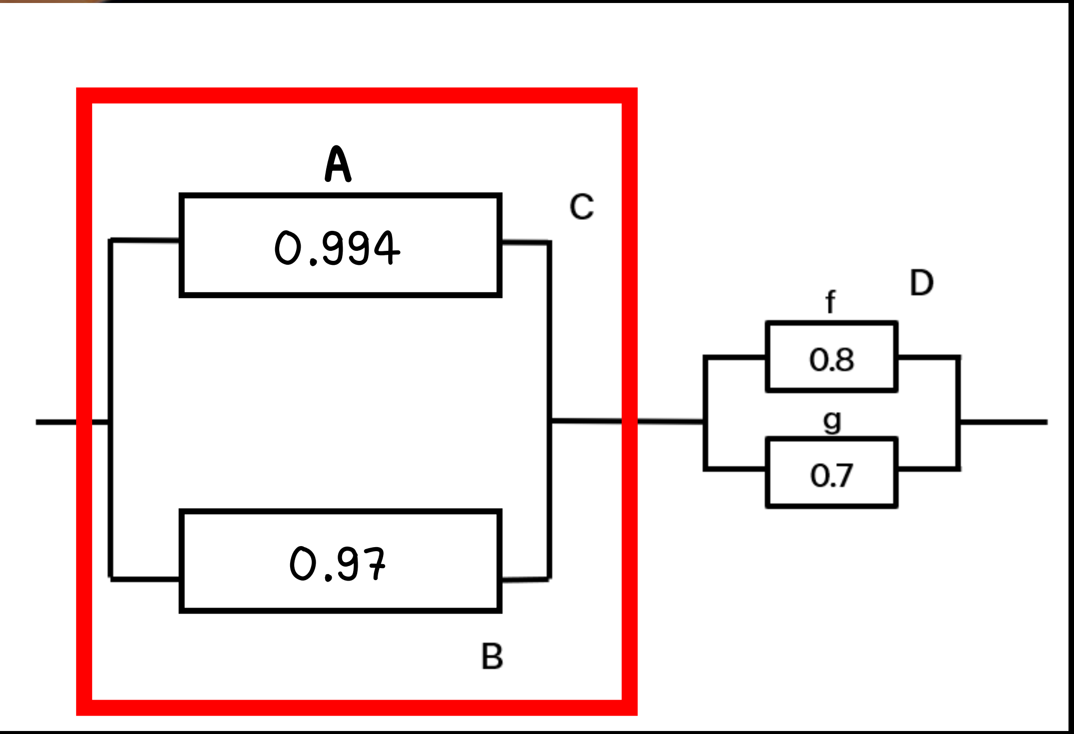
ตัวอย่าง



$$P(A) = 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c')$$
$$= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994$$

$$P(B) = 1 - P(d' \cap e') = 1 - P(d')P(e')$$
$$= 1 - (0.1 \times 0.3) = 0.97$$

ตัวอย่าง



$P(A) = 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c')$

$= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994$

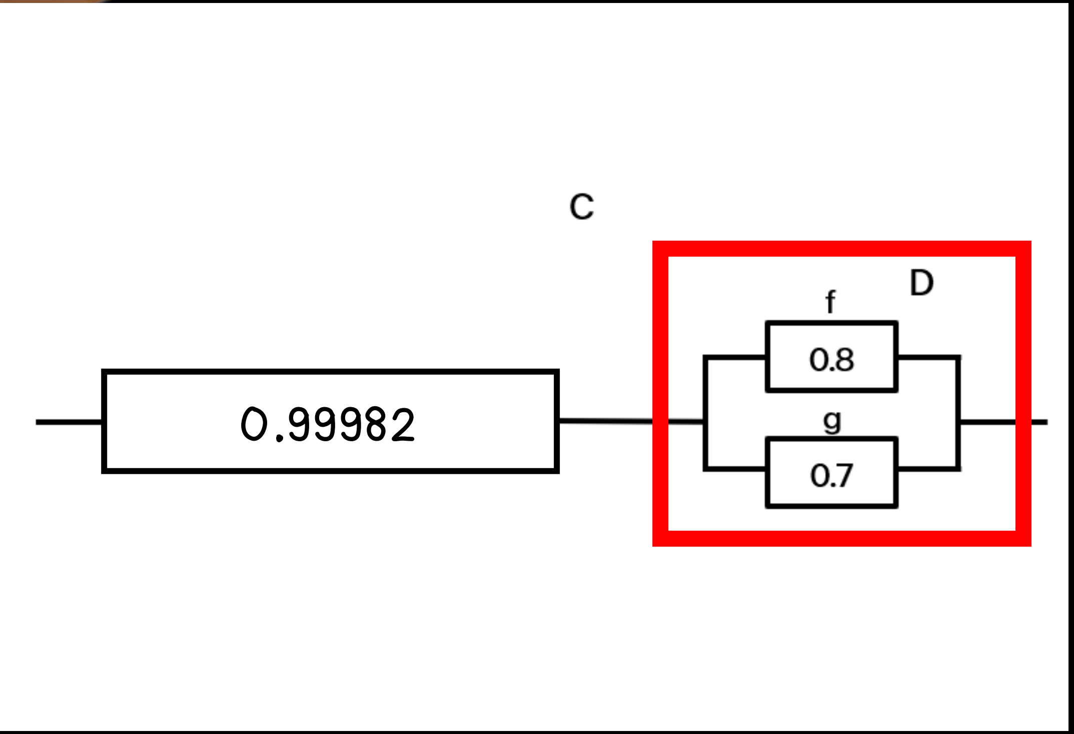
$P(B) = 1 - P(d' \cap e') = 1 - P(d')P(e')$

$= 1 - (0.1 \times 0.3) = 0.97$

$P(C) = 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A')P(B')$

$= 1 - (0.006 \times 0.03) = 0.99982$

ตัวอย่าง



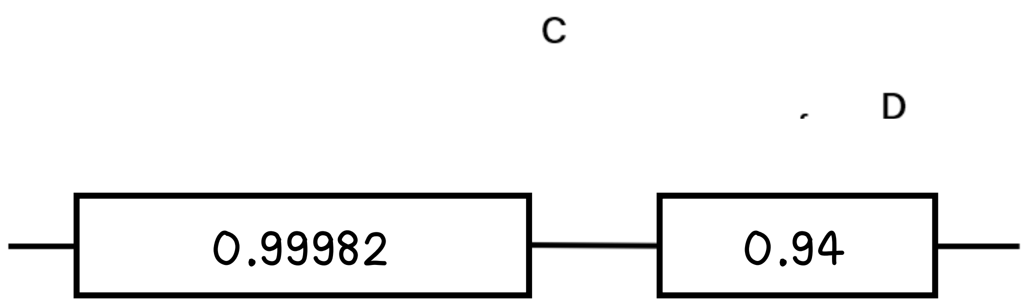
$$P(A) = 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c')$$
$$= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994$$

$$P(B) = 1 - P(d' \cap e') = 1 - P(d')P(e')$$
$$= 1 - (0.1 \times 0.3) = 0.97$$

$$P(C) = 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A')P(B')$$
$$= 1 - (0.006 \times 0.03) = 0.99982$$

$$P(D) = 1 - P(f' \cap g') = 1 - P(f')P(g')$$
$$= 1 - (0.2 \times 0.3) = 0.94$$

ตัวอย่าง



$$P(A) = 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c')$$

$$= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994$$

$$P(B) = 1 - P(d' \cap e') = 1 - P(d')P(e')$$

$$= 1 - (0.1 \times 0.3) = 0.97$$

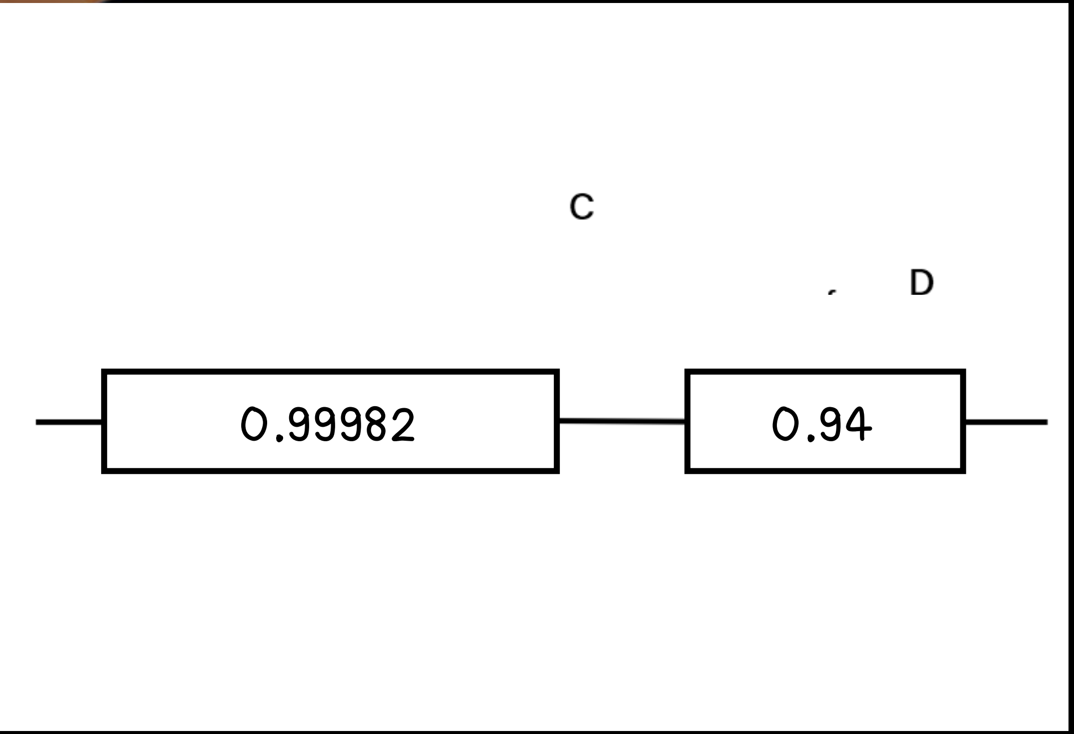
$$P(C) = 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A')P(B')$$

$$= 1 - (0.006 \times 0.03) = 0.99982$$

$$P(D) = 1 - P(f' \cap g') = 1 - P(f')P(g')$$

$$= 1 - (0.2 \times 0.3) = 0.94$$

ตัวอย่าง



$$P(A) = 1 - P(a' \cap b' \cap c') = 1 - P(a')P(b')P(c')$$
$$= 1 - (0.1 \times 0.3 \times 0.2) = 0.994$$

$$P(B) = 1 - P(d' \cap e') = 1 - P(d')P(e')$$
$$= 1 - (0.1 \times 0.3) = 0.97$$

$$P(C) = 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A')P(B')$$
$$= 1 - (0.006 \times 0.03) = 0.99982$$

$$P(D) = 1 - P(f' \cap g') = 1 - P(f')P(g')$$
$$= 1 - (0.2 \times 0.3) = 0.94$$

$$P(\text{ระบบทำงาน}) = P(C \cap D) = P(C)P(D)$$
$$= 0.99982 \times 0.94 = 0.93983$$

ดังนั้น ระบบทำงานด้วยความน่าจะเป็น 93.983%

THE END